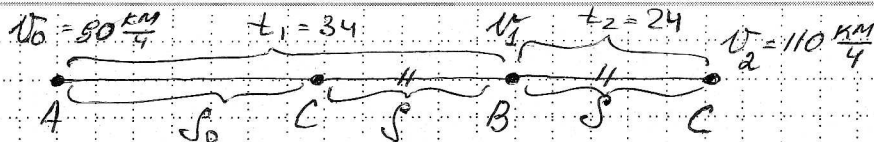


Задача 1



Пусть $a \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}$ - ускорение мотоциклиста

$$\frac{v_2^2 - v_0^2}{2a} = a$$

$$t_{\text{общ}} = t_1 + t_2 = 34 + 24 = 54$$

$$a = \frac{110 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - 90 \frac{\text{км}}{\text{ч}}}{54} = 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}$$

Тогда скорость в пункте B.

$$v_1 = v_0 + at_1; \quad v_1 = 90 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2} \cdot 34 = 102 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Из курса физики знаем формулу ^{пути при} равноускоренного движения

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

$$s = \frac{(110 \frac{\text{км}}{\text{ч}})^2 - (102 \frac{\text{км}}{\text{ч}})^2}{2 \cdot 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}} = \frac{(110 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - 102 \frac{\text{км}}{\text{ч}})(110 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 102 \frac{\text{км}}{\text{ч}})}{2 \cdot 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}} = 212 \text{ км}$$

Ответ: расстояние между пунктами

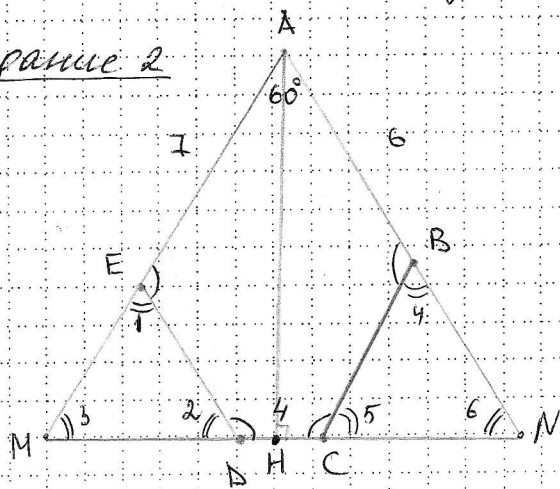
$$s_0 + s = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}$$

$$s_0 + s = \frac{(102 \frac{\text{км}}{\text{ч}})^2 - (90 \frac{\text{км}}{\text{ч}})^2}{2 \cdot 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}} = \frac{(102 \frac{\text{км}}{\text{ч}} - 90 \frac{\text{км}}{\text{ч}})(102 \frac{\text{км}}{\text{ч}} + 90 \frac{\text{км}}{\text{ч}})}{2 \cdot 4 \frac{\text{км}}{\text{ч}^2}} = 288 \text{ км}$$

$$s_0 = (s_0 + s) - s = 288 \text{ км} - 212 \text{ км} = 76 \text{ км}$$

ОТВЕТ: 76 км между пунктами A и C

Задача 2



Дано: $ABCE$ - выпуклый пятиугольник;
 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$,
 $AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$

Найти: $\rho(A, CD)$

Решение

$$1) \text{ Сумма углов в выпуклом } n\text{-угольнике} = 180^\circ(n-2) \quad \Rightarrow \quad \angle A + \angle B + \angle C + \angle E + \angle D = 180^\circ \cdot (5-2)$$

$$\angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ - 60^\circ$$

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle E = \angle D \quad (\text{по усл.})$$

$$4 \cdot \angle B = 480^\circ$$

$$\angle B = 120^\circ \Rightarrow \angle C = \angle E = \angle D = 120^\circ$$

$$\text{Д.п.: } AE \cap CD = M; \quad AB \cap DC = N$$

$$2) \begin{cases} \angle 1 + \angle AED = 180^\circ \quad (\text{по св-ву}) \\ \angle 2 + \angle EDC = 180^\circ \quad (\text{смежных углов}) \end{cases} \Rightarrow \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$$

$$\angle AED = \angle EDC = 120^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$3) \triangle MED$$

$$\Rightarrow \triangle MED - \text{равносторонний} \Rightarrow ME = ED = MD$$

$$\angle 1 = \angle 2 = 60^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \quad (\text{по теореме о сумме углов в треугольнике})$$

$$4) \begin{cases} \angle ABC + \angle 4 = 180^\circ \quad (\text{по св-ву}) \\ \angle BCD + \angle 5 = 180^\circ \quad (\text{смежных углов}) \end{cases} \Rightarrow \angle 4 = \angle 5 = 60^\circ$$

$$\angle ABC = \angle BCD = 120^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$5) \triangle BCN$$

$$\Rightarrow \angle 6 = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCN - \text{равносторонний} \Rightarrow$$

$$\angle 4 = \angle 5 = 60^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$\Rightarrow BC = CN = BN$$

$$\angle 6 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \quad (\text{по теореме о сумме углов в треугольнике})$$

$$6) \triangle AMN$$

$$\Rightarrow \triangle AMN - \text{равносторонний} \Rightarrow AM = MN = AN$$

$$\angle A = 60^\circ \quad (\text{по усл.})$$

$$\angle 3 = 60^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$\angle 6 = 60^\circ \quad (\text{по гок.})$$

$$\text{Д.п. } AH \perp MN, H \in MN \Rightarrow p(A, CD) = AH$$

$$7) \triangle AMN$$

$$AM = MN = AN$$

$$ME = MD \quad (\text{по гок.})$$

$$CN = NB$$

$$AM = ME + EA$$

$$MN = MD + DC + CN \quad (\text{по усл.})$$

$$AN = AB + BN$$

$$EA = 7$$

$$DC = 4 \quad (\text{по усл.})$$

$$AB = 6$$

$$\Rightarrow ME + EA = MD + DC + CN = AB + BN$$

$$ME + 7 = ME + 4 + CN = 6 + CN$$

$$\downarrow$$

$$CN = 3$$

$$ME = 2$$

$$\Rightarrow AM = MN = AN = 9$$

$$8) \triangle AMN - \text{равност.} \quad (\text{по гок.})$$

$$S = \frac{1}{2} AM \cdot AH, \quad AM = 9 \quad (\text{по гок.})$$

$$S = \frac{AM^2 \sqrt{3}}{4}, \quad p(A, CD) = AH \quad (\text{по гок.})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AM \cdot AH = \frac{AM^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow AH = \frac{AM \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{9\sqrt{3}}{2} \Rightarrow p(A, CD) = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ответ } \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

Задача 5

$$n^3 + 13n - 273 = m^3$$

$$(n-21) \cdot 13 = m^3 - n^3$$

$$13(n-21) = (m-n)(m^2 + mn + n^2)$$

$$1) n > 21$$

$$m^3 = n^3 + 13(n-21) > n^3 \Rightarrow m > 21, m > n, \text{ т.к. } m, n \in \mathbb{N}$$

$$13(n-21) = (m-n)(m^2 + mn + n^2)$$

$$m^2 + mn + n^2 > m^2 + 21n + n^2 = m^2 + n(21+n) > m^2 + 21(n+21) >$$

$$> 13(n-21) \Rightarrow \text{Противоречие т.к. правая часть больше левой}$$

$$2) n = 21$$

$\rightarrow 0$ (т.к. выполняем квадрат суммы) $n, n \in \mathbb{N}$

$$0 = (m-21)(m^2 + 21m + 21^2) \Rightarrow m = 21$$

$$\text{но } 21^3 + 13 \cdot 21 - 273 = 21^3 \Rightarrow n = 21 \text{ является кубоватым}$$

$$3) \text{ Проверим Перебор чисел от 1 до 8:}$$

$$1^3 + 1 \cdot 13 - 273 < 0 \quad \emptyset$$

$$2^3 + 2 \cdot 13 - 273 < 0 \quad \emptyset$$

$$3^3 + 3 \cdot 13 - 273 < 0 \quad \emptyset$$

$$4^3 + 4 \cdot 13 - 273 = 64 + 52 - 273 < 0 \quad \emptyset$$

$$5^3 + 5 \cdot 13 - 273 = 125 + 65 - 273 < 0 \quad \emptyset$$

$$6^3 + 6 \cdot 13 - 273 = 216 + 78 - 273 = 284 - 273 = 21 - \text{ не куб } \emptyset$$

$$7^3 + 7 \cdot 13 - 273 = 343 + 91 - 273 = 161 - \text{ не куб } \emptyset$$

$$8^3 + 8 \cdot 13 - 273 = 512 + 104 - 273 = 343 = 7^3 \Rightarrow n = 8 - \text{ кубоватое}$$

$$4) 8 < n < 21$$

$$m^3 = n^3 + 13(n-21) < n^3 \Rightarrow m < n$$

$$n_1 > n_2 \quad m_1 = n_1^3 + 13(n_1 - 21), \quad m_2 = n_2^3 + 13(n_2 - 21) \quad \text{нечетный квадрат}$$

$$m_1 - m_2 = n_1^3 - n_2^3 + 13(n_1 - 21 - n_2 + 21) = (n_1 - n_2)(n_1^2 + n_1 n_2 + n_2^2) + 13(n_1 - n_2) > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 > m_2$$

$$13(n-21) = (m-n)(m^2+mn+n^2)$$

а) $m-n: 13 \rightarrow m-n=13k, k \in \mathbb{N}$, если $k=0$, то $n=21 \notin$, т.к. $8 < n < 21$

$$13(21-n) = 13k(m^2+mn+n^2)$$

$$21-n = km^2 + kmn + kn^2$$

$$21 = km^2 + kmn + kn^2 + n$$

т.к. при $n=8, m=7$ (и $n > 8 \Rightarrow m > 7$), то:

$$21 = km^2 + kmn + kn^2 + n > 49k + 56k + 64k + 8 = 169k + 8 \geq 177$$

$$\Rightarrow \emptyset$$

б) $m^2+mn+n^2: 13 \Rightarrow m^2+mn+n^2 = 13k, k \in \mathbb{N}$

$$13(n-21) = (m-n) \cdot 13k$$

$$(n-21) = k(m-n)$$

$$n-21 = km - kn$$

$$n(k+1) = km + 21$$

$$\begin{matrix} n(k+1) = m(k+1) + 21 - m \\ : k+1 \quad : k+1 \end{matrix} \Rightarrow 21 - m : k+1 \Rightarrow 13(21-m) : 13(k+1)$$

$$(k+1) \cdot 13 = 13k + 13 = m^2 + mn + n^2 + 13$$

$$13(21-m) : (m^2 + mn + n^2 + 13)$$

$$13(21-m) = (m^2 + mn + n^2 + 13) \cdot p, p \in \mathbb{N}$$

$$13 \cdot 21 - 13m = m^2 p + mnp + n^2 p + 13p \geq m^2 p + mnp + n^2 p + 13$$

$$13 \cdot 20 \geq m^2 p + mnp + 13m + n^2 p > m^2 + mn + 13m + n^2$$

$$13 \cdot 20 \geq m^2(m+n+13) + n^2 > 4 \cdot (7+8+13) + 8^2 =$$

$$= 260 > 260 \rightarrow \text{Противоречие}$$

Значит, существует всего два кубовых числа 8 и 21

Ответ: 29

Задача 3

Пусть, не учитывая единицы $a \geq b > 0$, тогда $(\frac{b}{a} \leq 1)$

$$\begin{aligned} (a^{2018} + b^{2018})^{2018} &= (a^{2018} \cdot a + b^{2018} \cdot b)^{2018} = \\ &= a^{2018} \cdot (a^{2018} + b^{2018} \cdot \frac{b}{a})^{2018} \leq a^{2018} (a^{2018} + b^{2018})^{2018} < \\ < (a^{2018} + b^{2018}) (a^{2018} + b^{2018})^{2018} = (a^{2018} + b^{2018})^{2019} \Rightarrow \\ \Rightarrow (a^{2018} + b^{2018})^{2018} < (a^{2018} + b^{2018})^{2019} \quad \text{т.е.} \end{aligned}$$