

№1

Пусть ускорение a . Тогда в пункте В была скорость $90+3a$.

Тогда в пункте С $(90+3a)+2a = 90+5a = 110 \Rightarrow a = 4 \frac{м}{с^2}$

(и формулы $v = v_0 + at$)

$$S_{AB} = S_{BC} + S_{AC} = (90+3 \cdot 4) \cdot 3 + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 324 \text{ км}$$

$$S_{BC} = (90+5 \cdot 4) \cdot 2 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 212 \text{ км}$$

$$S_{AC} = S_{AB} - S_{BC} = 324 - 212 =$$

$$v_A = 90 \frac{км}{ч}$$

$$v_B = 102 \frac{км}{ч}$$

$$v_C = 110 \frac{км}{ч}$$

$$S_{BC} = \frac{v_C^2 - v_B^2}{2a} = 212 \text{ км}$$

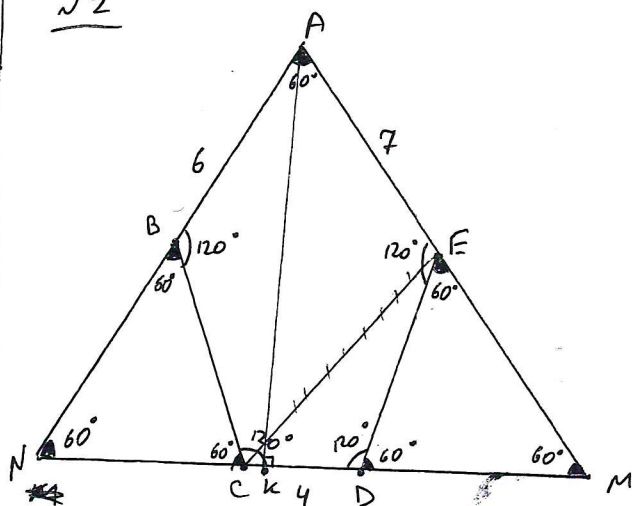
$$S_{AB} = 3v_A + \frac{a \cdot 3^2}{2} = 288 \text{ км}$$

$$S_{AB} = S_{AC} + S_{BC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{AC} = S_{AB} - S_{BC} = 288 - 212 = 76 \text{ км}$$

Ответ: 76 км

№2



Дано: ABCDE - выпуклый пятиугольник
 $\angle A = 60^\circ$, $AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$

Найти: Расстояние от А до CD (AK) - ?

Решение. Проведём CD за обе точки до пересечения с прямой AE (т. М) и прямой AB (т. N). Таким образом построим два треугольника

Сумма углов пятиугольника $180^\circ(5-2) = 540^\circ$, $\alpha = \angle B = \angle C = \angle E = \angle D \Rightarrow$

$$\Rightarrow 540^\circ - \angle A = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E.$$

Тогда $\angle NBC = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ (смежные)

$$\angle BCN = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (смежные)}$$

В $\triangle BCN$ два угла $= 60^\circ$ по $60^\circ \Rightarrow$ и сумма углов треугольника $= 180^\circ$
 $\angle ANM = 60^\circ$.

$$\angle DEM = 180^\circ - \angle E = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (смежные)}$$

$$\angle EDM = 180^\circ - \angle D = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (смежные)}$$

По сумме 2 углов треугольника $= 180^\circ$ для $\triangle EDM$ $\angle AMN = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

Получаем $\triangle ANM$ - равносторонний ($\angle A = \angle ANM = \angle AMN = 60^\circ$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AN = AM = NM.$$

Пусть также заметим, что $\triangle EMD$ и $\triangle NBC$ равнобедренные $\Rightarrow$
 $\Rightarrow EM = MD = DE = a$, $BN = NC = BC = b$

Тогда
$$\begin{cases} AM = MN \\ MN = AN \\ AN = AM \end{cases} ; \begin{cases} 7+a = a+4+b \\ b+4+a = 6+b \\ 6+b = 7+a \end{cases} ; \begin{cases} b=3 \\ a=2 \\ b=a+1 \end{cases} \Rightarrow AN = AM = MN = 9$$

AK - расстояние от A до CD - высота в равнобедренном $\triangle AMN \Rightarrow$
 $\Rightarrow AK = \frac{AM \sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

53

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}$$

По неравенству Коши $a^{2019} + b^{2019} > 2\sqrt{a^{2019} \cdot b^{2019}}$
 $(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018} > (2\sqrt{a^{2019} \cdot b^{2019}})^{2018}$

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} \stackrel{11}{>} (2\sqrt{a^{2019} \cdot b^{2019}})^{2018}$$

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > 2^{2018} a^{\frac{2019 \cdot 2018}{2}} b^{\frac{2019 \cdot 2018}{2}}$$

$$a^{2018} + b^{2018} > 2^{\frac{2018}{2019}} \cdot a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}}$$

Заметим, что $(a^{\frac{2018}{2}} - b^{\frac{2018}{2}})^2 > 0$
 $a^{2018} - 2a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}} + b^{2018} > 0$
 $a^{2018} + b^{2018} > 2a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}}$

Также $2 \sqrt{2^{\frac{2018}{2019}}}$
 $2 > 2^{\frac{2018}{2019}}$

$$2 a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}} > 2^{\frac{2018}{2019}} \cdot a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}}$$

$$a^{2018} + b^{2018} > 2 \cdot a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}} > 2^{\frac{2018}{2019}} \cdot a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}}$$

$$a^{2018} + b^{2018} > 2^{\frac{2018}{2019}} \cdot a^{\frac{2018}{2}} \cdot b^{\frac{2018}{2}} - \text{берем}$$

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} \stackrel{11}{>} (a^{2019} + b^{2019})^{2018} \quad \text{ЧТД}$$

5

$$n^3 + 13n - 273 = a^3$$

$$n^3 - a^3 = 273 - 13n$$

$$(n-a)(n^2 + na + a^2) = 273 - 13n$$

$$\text{При } n > 21 \quad a^3 > n^3$$

~~Рассмотрим наименьшие различные числа > 21 - это 22 и 23. Тогда $23^3 - 22^3 = 1519$, что больше $13 \cdot 22 - 273 = 13$.~~

Рассмотрим $k > 21$ и $m > 21$, $k > m$ ~~$m > k$~~

$$\text{Пусть } k^3 + 13k - 273 = m^3$$

$$(k-m)(k^2 + km + m^2) = 273 - 13k$$

$$\begin{matrix} \sqrt{141} & \sqrt{1323} \end{matrix}$$

~~Заметим, что с увеличением k и m левая часть равенства увеличивается больше, чем правая.~~
Тогда рассмотрим $n \leq 21$

$$n = 21 - \text{подходит, тогда } a = 21$$

$$n = 20 - \text{нет}$$

$$n = 19 - \text{нет}$$

$$n = 3 - \text{нет}$$

$$n = 18 - \text{нет}$$

$$n = 2 - \text{нет}$$

$$n = 17 - \text{нет}$$

$$n = 1 - \text{нет}$$

$$n = 16 - \text{нет}$$

$$\text{Получаем } n = 8 \text{ и } n = 21$$

$$n = 15 - \text{нет}$$

$$8 + 21 = 29$$

$$n = 14 - \text{нет}$$

$$n = 13 - \text{нет}$$

$$n = 12 - \text{нет}$$

$$n = 11 - \text{нет}$$

$$n = 10 - \text{нет}$$

$$n = 9 - \text{нет}$$

$$n = 8 - \text{да, } a = 7$$

$$n = 7 - \text{нет}$$

$$n = 6 - \text{нет}$$

$$n = 5 - \text{нет}$$

$$n = 4 - \text{нет}$$

Ответ 29