№1

1) Спустя 5 ч. v увел на 20 км/ч $\Rightarrow a = \frac{20}{5} = 4$ км/ч

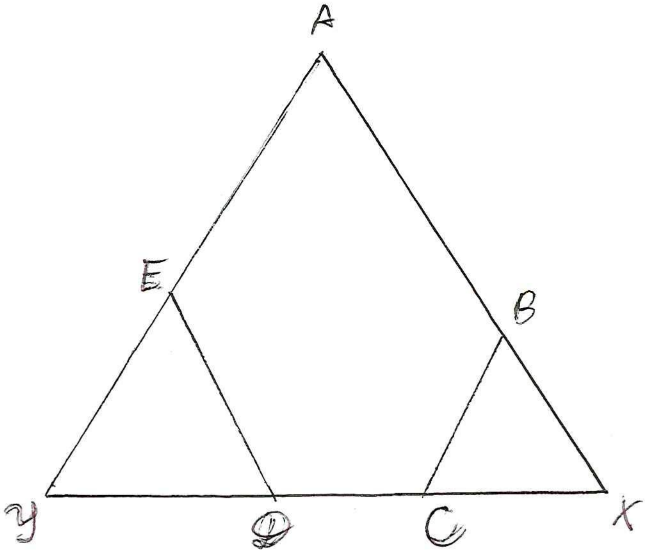
2) $AB = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 90\cdot 3 + \frac{4\cdot 3^2}{2} = 270 + 18 = 288$ км

3) $CB = v_0 t + \frac{at^2}{2} = (90+3\cdot 4)\cdot 2 + \frac{4\cdot 2^2}{2} = 204 + 8 = 212$ км

4) $AC = AB - CB = 288 - 212 = \underline{76}$ км

Ответ: 76 км

№2



Дано: $ABCDE$ – выпуклый 5-ти $\angle$-ик.
$\angle A = 60°$, $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$
$AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$
Найти: $\rho(A; CD)$ – ?

Решение:

1) Продолжим AB до $\cap$ с CD в т. X, AE до $\cap$ с CD в т. Y.

2) $$\left.\begin{array}{l}\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540° \\ \angle A = 60° \\ \angle B = \angle C = \angle D = \angle E\end{array}\right\} \Rightarrow \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 120°$$

3) $$\left.\begin{array}{l}\angle CBX = 180° - \angle B = 60° \\ \angle BCX = 180° - \angle C = 60°\end{array}\right\} \Rightarrow \angle X = 60° \Rightarrow \triangle CBX \text{ – равностор.} \Rightarrow$$
$\Rightarrow CB = BX = CX = a$

4) Аналогично $\triangle YED$ – равностор. $\Rightarrow YE = ED = YD = b$

5) Также, т.к. $\angle X = \angle Y = \angle A = 60°$, то $\triangle AYX$ – равностор. $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ а) $7 + b = b + 4 + a = a + 6 \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow$ сторона $\triangle AYX = 9$
б) $\rho(A; CD)$ – высота в равностор. $\triangle \Rightarrow \rho(A; CD) = \frac{\sqrt{3}}{2}c$, где c – сторона $\triangle AYX \Rightarrow$
$\Rightarrow \underline{\rho(A; CD)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 9 = \underline{4{,}5\sqrt{3}}$

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$

№3

1) Пусть $x = a^{2018}$, $y = b^{2018}$, а также $a \geq b$

2) Тогда надо док-ть, что:

$$(x+y)^{2019} > (ax + by)^{2018}$$

Раскроем скобочки по биному Ньютона

$$x^{2019} + C_1^{2019} \cdot x^{2018} \cdot y + \ldots + C_1^{2019} \cdot x \cdot y^{2018} + y^{2019} > x^{2018} \cdot a^{2018} + C_1^{2018} x^{2017} \cdot a^{2017} \cdot y \cdot b + \ldots + y^{2018} \cdot b^{2018}$$

$$x^{2019} + C_1^{2019} \cdot x^{2018} \cdot y + \ldots + C_1^{2019} \cdot x \cdot y^{2018} + y^{2019} > x^{2019} + C_1^{2018} x^{2018} \cdot y \cdot \frac{b}{a} + C_2^{2017} \cdot x^{2017} \cdot y^2 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \ldots + C_1^{2018} \cdot x^2 \cdot y^{2017} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{2017} + x \cdot y^{2018} \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{2018}$$

3) Заметим, что первые 2019 слагаемых в левой части больше либо равны своим парам из правой части (пара первое слагаемое слева + первое справа, второе слева + второе справа и т.д.), а также в левой части есть еще одно слагаемое (y^{2019}), которое строго больше 0. Значит, это нер-во верно.

№5

1) Пусть $k^3 = n^3 + 13n - 273$

Тогда: $\left[\begin{array}{l} k^3 \geq (n+1)^3 \\ k^3 = n^3 \\ k^3 \leq (n-1)^3 \end{array}\right.$

а) $k^3 \geq (n+1)^3$

$n^3 + 13n - 273 \geq n^3 + 3n^2 + 3n + 1$

$3n^2 - 10n + 274 \leq 0$

$3 > 0$, $D < 0 \Rightarrow$ корней нет

б) $k^3 = n^3$

$n^3 + 13n - 273 = n^3$

$13n = 273$

$\underline{n = 21}$

в) $k^3 \leq (n-1)^3$

$n^3 + 13n - 273 \leq n^3 - 3n^2 + 3n - 1$

$3n^2 + 10n - 272 \leq 0$

$D = 100 + 3264 = 3364 = 58^2$

$n \in \left(\frac{-10-58}{6}; \frac{-10+58}{6}\right)$, но, т.к. $n \in N$, то $n = \{1; 2; \ldots; 8\}$

т.к. $k \in N$, то $k^3 \in N \Rightarrow$

$\Rightarrow n^3+13n-273 \geq 1$

т.к. $n^3+13n-273$ возрастает, а при $n=5$ нер-во не выполн, то n хотя бы ≥ 6.

Осталось проверить 3 варианта: 6, 7, 8

1) $6^3+13\cdot 6-273=21$ – не является кубом

2) $7^3+13\cdot 7-273=161$ – не является кубом

3) $8^3+13\cdot 8-273=343=7^3 \Rightarrow$ $\underline{n=8}$ – подходит

Ответ: 8; 21