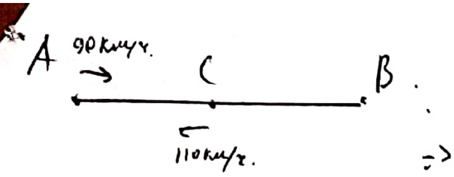


За пять часов мотоциклист разогнался на 20 км/ч. =>

=> его ускорение – 4 км/ч²

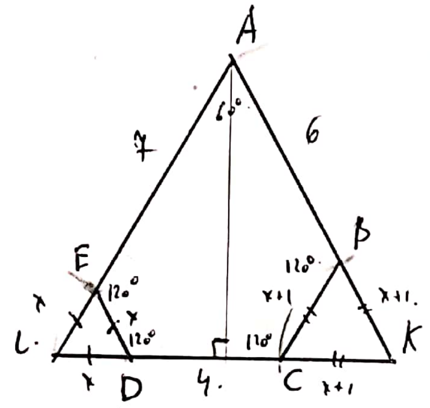
$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$ => Расстояние от А до В – $90 \cdot 3 + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 270 + 18 = 288$ км.

~~Расстояние от В до С~~ В пункте В скорость мотоциклиста: $\Delta V = at = V_1 - V_2$

$V_1 = at + V_2$. $V = 4 \cdot 3 + 90 = 102$. Расстояние от В до С – $102 \cdot 2 + \frac{4 \cdot 2^2}{2} = 212$ км =>

=> от А до С – $288 - 212 = 76$ км

(2).



Сумма углов в пятиугольнике – $180 \cdot (5-2) = 540°$.

сумма углов B, C, D, и E – $540 - 60 = 480°$ => каждый равен 120°.

Продолжим CD до пересечения с AB и AE в точках K и L соответственно.

$\angle LED = \angle EDL = 180° - 120° = 60°$ => $LE = ED = DL = x$

аналогично, $BK = KC = CB$.

$AL = AK = KL = 7 + x$ => $BK = 7 + x - 6 = x + 1$.

$LK = 2x + 5 = 7 + x$ => $x = 2$ => $AL = LK = KA = 9$ =>

=> Расстояние от А до CD равен $9 \cdot \sin 60° = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

(3). (!) $(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}$. Без потери общности предположим, что $a < b$.

Пусть $\frac{b}{a} = k > 1$ => (!) $(a^{2018} + (ak)^{2018})^{2019} > (a^{2019} + (ak)^{2019})^{2018} \Leftrightarrow (k^{2018} + 1)^{2019} > (k^{2019} + 1)^{2018}$.

$n = 2018$. $(k^n + 1)^{n+1} > (k^{n+1} + 1)^n$ (1) Бином Ньютона:

$$k^{n^2+n} + C^1_{n+1} k^{n^2} + \ldots + C^{n-1}_{n+1} k^{2n} + C^n_{n+1} k^n + 1 > k^{n^2+n} + C^1_n k^{n^2-1} + \ldots + C^{n-1}_n k^{n+1} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (C^1_{n+1} k^{n^2} - C^1_n k^{n^2-1}) + \ldots + (C^{n-1}_{n+1} k^{2n} - C^{n-1}_n k^{n+1}) + C^n_{n+1} k^n > 0.$$

где каждая скобка вида $C^i_{n+1} k^{n(n-i+1)} - C^i_n k^{(n+1)(n-i)}$

$C^i_{n+1} > C^i_n \Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{i!(n+1-i)!} > \frac{n!}{i!(n-i)!} \Leftrightarrow \frac{n+1}{n+1-i} > 1 \Leftrightarrow i > 0$. что верно.

и $k^{n(n-i+1)} > k^{(n+1)(n-i)}$ т.к. $n(n-i+1) = n^2 - ni + n > n^2 - ni + n - i = (n-i)(n+1)$ и $k > 1$ =>

=> каждая скобка положительная. $C^n_{n+1} k^n > 0$ => неравенство (1) верно. => $(a^{2018} + b^{2018})^{2019} >$

$> (a^{2019} + b^{2019})^{2018}$.

$n^3+13n-273=x^3$. При $n\le 5$ n не кубоватое, потому что $n^3\le 125$, $13n\le 65$ => 5

=> $n^3+13n-273\le -83<0$.

При $n>21$: ~~21~~ $13n>273$ => $n^3+13n-273>n^3$.

~~А~~ $3n-10>53$ => $n(3n-10)>1000>274$ => $(n+1)^3=n^3+3n^2+3n+1>n^3+13n-273>n^3$. =>

=> число $(n^3+13n-273)$ не может быть кубоватым, ведь лежит между кубами двух последовательных чисел.

при $8<n<21$ $3n+10>34$ => $n(3n+10)>272$ => $n^3+13n-273>n^3-3n^2+3n-1=(n-1)^3$

$21>n$ => $13n<273$ => $n^3+13n-273<n^3$ => $(n^3+13n-273)$ не кубоватое по той же причине, что и $n>21$. Остались возможные числа $n=$ 6, 7, 8, 21.

при $n=21$ $n^3+13n-273=n^3=21^3$.

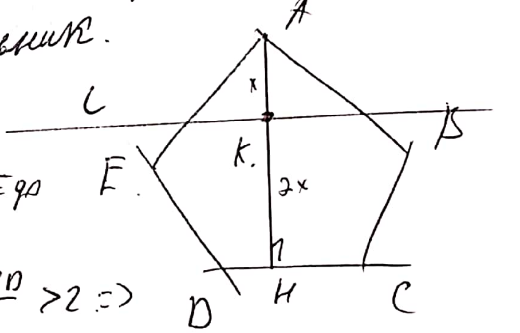
при $n=8$. $n^3+13n-273=n^3-3n^2+3n+1=(n-1)^3=7^3$.

при $n=7$. $343+91-273=161$, что не кубическое число

при $n=6$. $n^3+13n-273=216+78-273=21$, что не куб. =>

Сумма всех кубоватых чисел − $(21+8)=29$.

4. Назовем отмеченные точки A, B, C, D, E. ~~Допустим, что не найдется таких~~ ~~три точки. => Площадь любого треугольника меньше 3. Пусть h_1 — расстояние~~ ~~от~~. Если же найдется точка D, такая, что она внутри $\triangle ABC$, т.е. пятиугольник невыпуклый $S(ABC)=S(ACD)+S(BCD)+S(ABD)\ge 6>3$. Рассмотрим теперь когда такой точки нет, т.е $ABCDE$ — выпуклый пятиугольник.



Допустим, что такие три точки не найдутся. =>

если h_1 — расстояние от A до CD, а h_2 — расстояние от E до CD => $S(ACD)<3$. $\frac{CD\cdot h_1}{2}<3$. $S(ECD)=\frac{h_2\cdot CD}{2}>2$ =>

=> $\frac{2}{h_2 CD}<\frac{1}{2}$ => $\frac{CD\cdot h_1\cdot 2}{2\cdot CD\cdot h_2}<\frac{3}{2}$ => $\frac{h_1}{h_2}<\frac{3}{2}$.

Поделим перпендикуляр AH на CD в соотношении $1:2$ точкой K. =>

через K проведем прямую $l\parallel CD$. => B и E должны лежать за прямой l относительно CD.

Таким образом, любые два перпендикуляра, которые падают на одну прямую, отличаются не более, чем в $\frac{3}{2}$ раза.

~~Продолжение на странице~~

~~21~~