№1.

Обозначим изменение скорости мотоциклиста за единицу времени a, а скорость по прибытии в пункт В v_B. Так как по условию скорость увеличивается равномерно, то уравнение изменения скорости при движении из А в В можно записать как

$$v_B = 90 + 3a, \qquad (1)$$

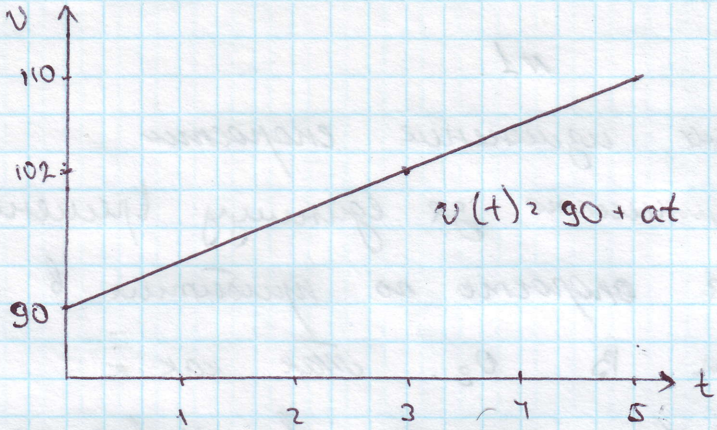
а уравнение при движении из В в С как

$$110 = v_B + 2a. \qquad (2)$$

Составим и решаем систему из (1) и (2), получаем

$a = 4, \quad v_B = 102.$

Построим график зависимости скорости от времени $v(t) = 90 + at$:



Так как из A в B мотоциклист двигался 3 часа, то расстояние от A до B можно найти как площадь под графиком $v(t)$ от $t=0$ до $t=3$. ~~Тогда~~

~~$S_{AB} =$~~ Фигура, образованная графиком, является трапецией с основаниями 90 и 102 и высотой ~~x~~ 3.

Тогда расстояние от A до B равно $S_{AB} = \left(\frac{90+102}{2}\right) \cdot 3 = 288$.

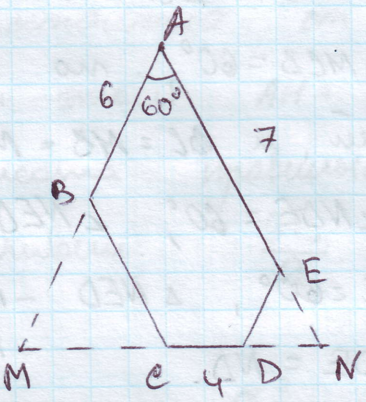
Аналогичными рассуждениями находим расстояние от B до C равно $S_{BC} = \left(\frac{102+110}{2}\right) \cdot 2 = 212$.

При этом расстояние от A до C равно разности расстояний S_{AB} и S_{BC}, или:

$$S_{AC} = S_{AB} - S_{BC} = 76.$$

Ответ: 76 км.

№2.



По условию все углы ~~пяти~~ пятиугольника ~~равны~~ кроме $\angle A$ равны между собой. Тогда из формулы для суммы углов n - угольника находим, что

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{180°(5-2) - \angle A}{4} = 120°$$

Продлим стороны AB и AE до пересечения с прямой CD и обозначим $AB \cap CD = M$, $AE \cap CD = N$. При этом
$\angle MBC = 180^\circ - \angle B = 60^\circ$,
$\angle MCB = 180^\circ - \angle C = 60^\circ$,
тогда в $\triangle MBC$ ~~и~~ $\angle BMC = 180^\circ - \angle MBC - \angle MCB = 60^\circ$, то есть $\triangle MBC$ – правильный, и $BC = MB = MC$.
Аналогично $\angle NDE = 60^\circ$, $\angle NED = 60^\circ$, и тогда $\angle DNE = 60^\circ$, $\triangle NED$ – правильный, и $NE = DE = ND$.
Но так как $\angle A = \angle DNE = \angle BMC = 60^\circ$, то $\triangle AMN$ – также правильный, и $AM = MN = AN$.
Обозначим $NE = x$, $BM = y$, тогда
$ND = x$, $MC = y$, $AM = 6 + y$,
$AN = 7 + x$ и $MN = x + y + 4$.
Из равенства $AM = MN$ следует, что $6 + y = 4 + x + y$, или $x = 2$;

из равенства ~~7~~ $AN = MN$ следует, что $7 + x = 4 + x + y$, или $y = 3$.

Тогда $AM = AN = MN = 9$.

Если провести в $\triangle AMN$ высоту $AH \perp MN$, то, так как $CD \in MN$, длина AH и будет равна расстоянию от A до CD.

При этом $AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AM = \frac{9\sqrt{3}}{2}$, как высота правильного $\triangle AMN$.

Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

№3.

Необходимо доказать, что

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}.$$

Так как неравенство симметрично относительно a и b, без потери общности допустим $b \geq a$.

При этом оба числа по условию положительные, тогда $b \geq a > 0$.

Поделим исходное неравенство на $b^{2018 \cdot 2019}$, тогда получим

$$\left(1+\frac{a^{2018}}{b^{2018}}\right)^{2019} > \left(1+\frac{a^{2019}}{b^{2019}}\right)^{2018},$$

или

$$\left(1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2018}\right)^{2019} > \left(1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2019}\right)^{2018} \quad (3.1).$$

Т.к. $b \geq a$, $\frac{a}{b} \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{2018} \geq \left(\frac{a}{b}\right)^{2019};$$

$$1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2018} \geq 1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2019}$$

При этом $1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2019} > 1$, поэтому

$$\left(1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2018}\right)^{2019} \geq \left(1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2019}\right)^{2019} >$$

$$> \left(1+\left(\frac{a}{b}\right)^{2019}\right)^{2018},$$

значит, неравенство (3.1) верно, а значит и равносильное ему исходное неравенство верно, что и требовалось доказать.

№5.

Заметим, что для ~~любых~~ натуральных $n \geq 7$ верно

$$(n-7)^3 = n^3 - 21n^2 + 147n - 343 <$$

$$< n^3 + 13n - 273 <$$

$$< n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n+1)^3.$$

Значит, выражение $n^3 + 13n - 273$ может равняться кубу натурального числа только в следующих случаях:

$$\left[\begin{array}{l} n^3 + 13n - 273 = n^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-1)^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-2)^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-3)^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-4)^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-5)^3 \\ n^3 + 13n - 273 = (n-6)^3 \end{array}\right. \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \left[\begin{array}{l} 13n = 273 \\ 3n^2 + 10n - 272 = 0 \\ 6n^2 + n - 265 = 0 \\ 9n^2 - 14n - 246 = 0 \\ 12n^2 - 35n - 209 = 0 \\ 15n^2 - 62n - 148 = 0 \\ 18n^2 - 95n - 57 = 0 \end{array}\right.$$

Из первых двух уравнений находим $n = 21$ и $n = 8$, остальные уравнение в натуральных числах решений не имеют.

~~Значит, единственные субовальные числа – это 8 и 21, а их сумма равна 29.~~

~~Ответ: 29.~~

Осталось заметить, что при $n \leq 5$ выражение $n^3 + 13n - 273$ неотрицательно, а при ~~$n = 6$~~ $n = 6$ не равно кубу натурального числа. Значит, единственные кубоватые числа – это 8 и 21, а их сумма равна 29.

Ответ: 29.