

(N3)

Т.к. Неравенство симметрично относительно переменных, то устроим a и b . $a \geq b$

Раскроем скобки слева и справа используя Бинам Ньютона.

Слева:

(Тут 2018, т.к. изначально в скобках a^{2018} и b^{2018})

~~$C_{2018}^{2018} a^{2018-2018} b^{2018-2018}$~~

$$C_{2018}^{2018} a^{2018-2018} b^{2018-2018} + \dots + C_{2018}^{2018-k} a^{(2018-k)-2018} b^{k-2018} + \dots + C_{2018}^0 a^{0-2018} b^{2018-2018}$$

$(k+1)$ -ое по

счету слагаемое, а также общий вид полученных после раскрытия скобок слагаемых (т.е. k — это номер слагаемого, уменьшенный на 1) (слагаемые расположены в порядке возрастания показателя степени b).

Слева у нас получилось 2020 слагаемых.

Справа:

$$C_{2018}^{2018} a^{2018-2019} b^{0-2019} + \dots + C_{2018}^{2018-k} a^{(2018-k)-2019} b^{k-2019} + \dots + C_{2018}^0 a^{0-2019} b^{2018-2019}$$

($k+1$)-е слагаемое, а также его следующий
виз. (Слагаемые также расположены
в порядке возрастания ~~или~~ показа-
теля степени b). (здесь ^{справа получим} 2019 слагаемых
на одну меньше, чем слева)

Все слагаемые слева и справа
положительные, поэтому, если сумма
в всех, кроме последнего, ~~слева будет~~
слева

(а ^{тогда} ~~так~~ 2019) будет больше либо
равна сумме всех справа (из 2019)

то, т.к. 2020-^е (последнее) слагаемое

слева положительное, то вся сумма

слева будет больше, чем справа; и

пер-во будет доказано. Докажем
теперь, что сумма всех, кроме последнего,

слева больше, чем справа, у нас всех
 справа. Докажем, что это, ~~что~~
^{из рассуждений}
 что больше, чем ~~меньше~~ слева, больше
 чем правое, чем левому, справа
 с одним же элементом.

Т.е., что

$$\binom{2019-k}{2019} \geq \binom{(2019-k)-2018}{k-2018} \geq$$

$$\geq \binom{2018-k}{2018} \geq \binom{(2018-k)-2019}{k-2019}$$

Начинаем доказывать:

$$\binom{2019-k}{2019} \geq \binom{2018-k}{2018} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2019!}{(2019-k)!k!} \geq \frac{2018!}{(2018-k)!k!} \quad | \cdot k!$$

$\uparrow$

$$2019! (2018-k)! \geq 2018! (2019-k)! \quad | : 2018!$$

$\uparrow$

$$2019 (2018-k)! \geq (2019-k)!$$

$\uparrow$

$$2019 (2018-k)! \geq (2018-k)! \cdot (2019-k)$$

$\uparrow$

$\Rightarrow 2019 \geq 2019 - k$. Т.к. k — номер
 шага, увеличенный на 1, то
 ~~k — четное число~~ $k \geq 0$, тогда $2019 \geq 2019 - k$
 (верно)

Теперь докажем, что

$$a^{(2019-k) \cdot 2018} b^{2018k} \geq a^{(2018-k) \cdot 2019} b^{2019k} \quad | : b^{2018k}$$

$\Downarrow$

$$a^{(2019-k) \cdot 2018} \geq a^{(2018-k) \cdot 2019} b^k$$

$\Downarrow$

$$a^{2018 \cdot 2019 - 2018k} \geq a^{2018 \cdot 2019 - 2019k} \cdot b^k$$

(~~уменьшаем~~ разделим
 обе
 части

на

$$a^{2018 \cdot 2019 - 2019k})$$

$\Downarrow$

$$a^k \geq b^k$$

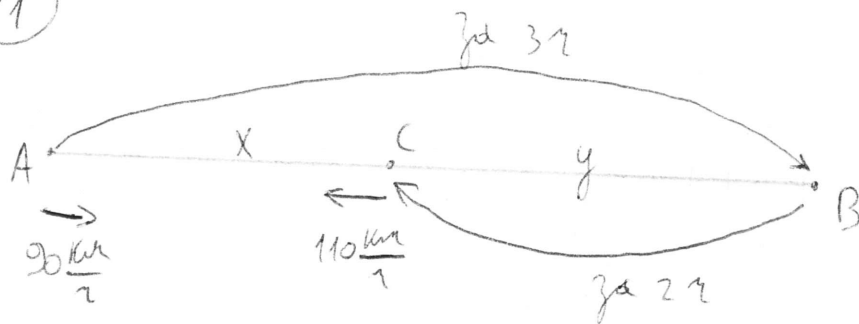
А это верно, т.к.

$a \geq b$ (из условия).

и.е.

т.т.д.

№1



$$AC = x$$

$$CB = y$$

Пусть ускорение ~~на~~ a .
 $Ta - a$. (м.е. $at = v - v_0$;

$$v_0 t + \frac{at^2}{2} = s, \text{ где}$$

t - время движения от
 первой точки до второй;

v_0 - скорость в первой
 точке v - во второй;
 s - ~~расстояние~~ ^{путь, пройденный} между
 точками)

Ищем: v (из A в B)

$$x + y = 90 \cdot 3 + \frac{a \cdot 3^2}{2}$$

(из A в B,
 и из B в C)

$$x + 2y = 90 \cdot (3+2) + \frac{a \cdot (3+2)^2}{2}$$

$110 - 90 = a \cdot (3+2)$
 (набранная и потерянная
 скорости ~~на пути~~
 за 52 (от начала))

Имеем систему:

$$\begin{cases}
 (1) x+y = 90 \cdot 3 + \frac{9a}{2} \\
 (2) x+2y = 90 \cdot 5 + \frac{25a}{2} \\
 (3) 20 = 5a
 \end{cases}$$

Из 3) $\Rightarrow a = \frac{20}{5} = 4$.

$$x+2y = 90 \cdot 5 + \frac{25 \cdot 4}{2}$$

$$x+2y = 90 \cdot 5 + 50 = 500$$

$$y = \frac{500-x}{2}$$

Подставляем в 1).

$$x + \frac{500-x}{2} = 90 \cdot 3 + \frac{9 \cdot 4}{2}$$

$$2x + 500 - x = 6 \cdot 90 + 9 \cdot 4$$

$$x = 576 - 500$$

$$X = 76 \text{ (км)}$$

ответ: 76 км.

(1/2)

Дано: в ABCDE $\angle A = 60^\circ$, остальные углы равны.

$$AB = 6, CD = 4, EA = 7.$$

Расстояние от

A до CD (AK) - ?

Сумма углов ABCDE:

$$180^\circ \cdot 3 = 540^\circ.$$

$$\angle A = 60^\circ.$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} =$$

$$= 120^\circ.$$

||

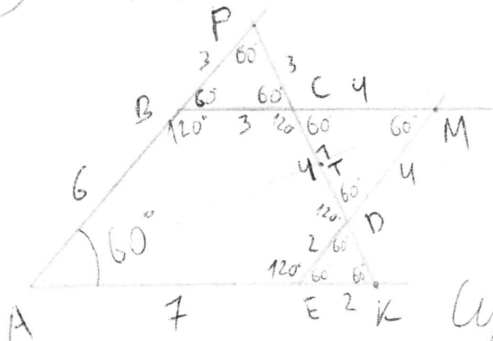
$$\angle PBC = \angle PCB = \angle MCD = \angle CDM =$$

$$= \angle EDK = \angle DEK = 60^\circ$$

(как внешние углы для углов ABCDE величиной 120°)

||

$BP = PC = CE$ $\triangle BPC, \triangle CMD, \triangle EDK$ -



равносторонние.

$$\Downarrow \\ BP = PC = BC; \quad CM = MD = DC \stackrel{=4}{=} ; \quad DK = DE = EK$$

$ABME$ - параллелограмм (и.к. $BM \parallel AK$
(накр. лж. $\angle MCD = \angle DKE = 60^\circ$ и секущая CK) и
 $AB \parallel EM$ (накрест лж.-е $\angle PBC = \angle CMB = 60^\circ$ и
секущая BM))

$$\Downarrow \\ AB = EM; \quad BM = AE$$

$$ED = EK \text{ ~~накр~~ } = 6 - 4 = 2;$$

$$BC = BP = PC = 7 - 4 = 3.$$



$$\text{В } \triangle APK \quad \angle A = \angle P = \angle K = 60^\circ.$$

$\Downarrow$
 $\triangle APK$ - равносторонний.
(со стороной $9 = AK = 7 + 2$
 $AK = 7 + 2 = 9$).

высота $\text{в } \triangle \text{ равностороннем } \text{выср-е}$
 $AT = 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$

ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}.$

(N5)

Рассмотрим 3 случая:

1) $n^3 + 13n - 273 \leq (n-1)^3$

2) $n^3 + 13n - 273 \neq n^3$ (n^3 — единственный
точкой куб

3) $n^3 + 13n - 273 \geq (n+1)^3$ между $(n-1)^3$ и $(n+1)^3$ (невозможно))

1) $n^3 + 13n - 273 \leq (n-1)^3$

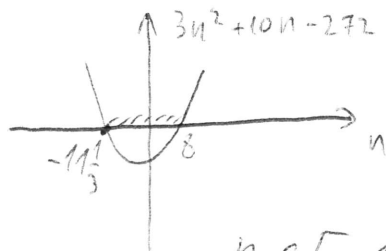
$$n^3 + 13n - 273 \leq n^3 - 3n^2 + 3n - 1$$

$$3n^2 + 10n - 272 \leq 0$$

$$3n^2 + 2 \cdot 5n - 272 \leq 0$$

$$n_1 = \frac{-5 + \sqrt{5^2 + 3 \cdot 272}}{3} = \frac{29 - 5}{3} = 8$$

$$n_2 = \frac{-5 - \sqrt{5^2 + 3 \cdot 272}}{3} = \frac{-29 - 5}{3} = -11\frac{1}{3}$$



$$n \in [-11\frac{1}{3}; 8], \text{ но}$$

т.к. n — натуральное, то

$$n \in [1; 8].$$

Проверим 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 в

находим n . (Пусть $f(n) = n^3 + 13n - 273$)

~~$n=1, f(n) =$~~

$$f(1) = 1 + 13 - 273 < 0$$

$$f(2) = 8 + 26 - 273 < 0$$

$$f(3) = 27 + 39 - 273 < 0$$

$$f(4) = 64 + 52 - 273 < 0$$

$$f(5) = 125 + 65 - 273 < 0$$

$$f(6) = 216 + 78 - 273 = 21$$

$$f(7) = 343 + 91 - 273 = 161$$

$$f(8) = 512 + 104 - 273 = 343 = 7^3$$

не подходит
(м.к. не равно
нулю)

не подходит
(м.к. не куб)

— подходит

$n=8$ ~~не~~ подходит.

При $n=8$, $f(n) = 343 = 7^3$.

2)

$$n^3 + 13n - 273 = n^3$$

$$13n - 273 = 0$$

$$13n = 273$$

$$n = 21.$$

$n=21$ подходит.

При $n=21$, $f(n) = n^3 + 13n - 273 = 21^3 + 13 \cdot 21 - 273$

$$= 21^3.$$

$$3) \quad n^3 + 13n - 273 \geq (n+1)^3$$

$$n^3 + 13n - 273 \geq n^3 + 3n^2 + 3n + 1$$

$$3n^2 - 10n + 274 \leq 0$$

$$D = 100 - 4 \cdot 274 \cdot 3 < 0.$$

График функции $f(n) = \cancel{3n^2 - 10n + 274}$

$g(n) \cancel{f(n)} = 3n^2 - 10n + 274$ — парабола.

Ветви направлены вверх.

Дискриминант отрицательный, т.е.

~~$f(n)$~~ $g(n) > 0$ при всех n .

Получим ответ, из всех
возможных вариантов ~~и~~ найдем

2 кубовых ~~и~~ числа: 8 и 21.

Их сумма $8 + 21 = 29$.

Ответ: 29.