

за $(2+3)\tau$, при этом его скорость увеличивается с $v_0 = 90 \text{ км/ч}$ до $v_1 = 110 \text{ км/ч}$, тогда $a = \frac{v_1 - v_0}{t} = \frac{110 - 90}{5} = 4 \text{ км/ч}^2$ ($t = (2+3)\tau$ - время движения из A в B, а потом в C).

~~Решение~~

Пройденный путь при постоянном ускорении (по формуле из школьной программы по физике) равен $S(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где S - пройденный путь, t - время пути, v_0 - нач. ск-ть, a - ускорение.

$$AB = S(t = 3\tau) = 90 \cdot 3 + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 270 + \frac{4 \cdot 9}{2} = 270 + 18 = 288 \text{ км}$$

$$AC = S(t = 5\tau) = 90 \cdot 5 + \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 450 + \frac{4 \cdot 25}{2} = 500$$

$$AC = S(t = 5\tau)$$

$$AB = S(t = 3\tau) = 90 \cdot 3 + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 288 \text{ км}$$

$$AB + BC = S(t = 5\tau) = 90 \cdot 5 + \frac{4 \cdot 5^2}{2} = 500 \text{ км}$$

$$AC = AB - BC = 288 \text{ км} - 288 \text{ км} = 0 \text{ км}$$

$$= 2AB - (AB + BC) = 2 \cdot 288 - 500 = 86 \text{ км}$$

Ответ: 86 км

W2. Дано:

ABCDE - вып. 5-угольник

$$\angle A = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$$

$$AB = 6, CD = 4, EA = 8$$

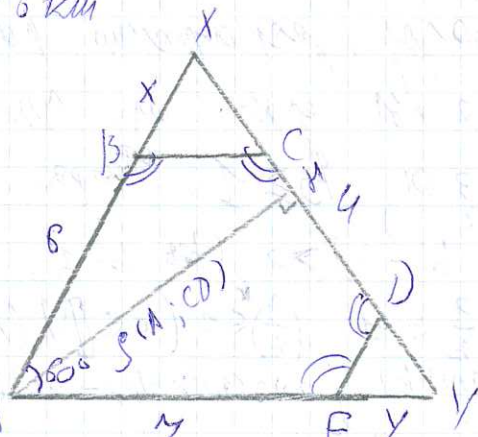
Найти $S(A; CD)$

Решение:

$$540^\circ = (5-2) \cdot 180^\circ = \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 60^\circ + 4\angle B$$

$$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540^\circ - 60^\circ}{4} = 120^\circ$$

Рисуем $AB \cap CD = M$, $AE \cap CD = N$, тогда $\angle CBM = \angle CDM = \angle DEN = \angle EDN$



суп
W1

$$= 180^\circ - \angle B = 60^\circ.$$

$$\angle X = 180^\circ - (\angle BCX + \angle CBX) = 60^\circ, \text{ тогда } BC = BX = CX = X$$

$$\angle Y = 180^\circ - (\angle YDE + \angle YED) = 60^\circ, \text{ тогда } DE = DY = EY = Y.$$

т.к. $\angle A = \angle X = \angle Y = 60^\circ$, то $\triangle AXY$ - равносторонний, тогда $AX = AY = XY$, ~~или~~ т.е.

$$\begin{cases} X + 6 = Y + 7 \\ X + Y + 4 = Y + 8 \end{cases} \begin{cases} Y = X + 1; Y = 3 - 1 = 2 \\ X = 7 - 4 = 3 \end{cases}$$

$$\text{Тогда } BX = BY = XY = 4 + 3 + 2 = 9$$

Пусть PH - высота в $\triangle AXY$, тогда

$$\rho(O; BC) = \rho(O; XY) = AH = AX \cdot \sin \angle X = AX \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} AX = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{3}. (a^{2015} + b^{2015})^{2015} > (a^{2015} + b^{2015})^{2011} \quad (a > 0, b > 0)$$

Предположим, что $a < 1, b < 1$. Тогда пусть $\alpha = \frac{1}{a}, \beta = \frac{1}{b}$. (тогда $\alpha > 1, \beta > 1$).

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2018} + \left(\frac{1}{\beta}\right)^{2018} > \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{2015} + \left(\frac{1}{\beta}\right)^{2018} \quad (2018)$$

Докажем, что для любых α, β на $(\alpha\beta)^{2018-2015} > 0$ получим противоречие к-то $(\alpha^{2018} + \beta^{2018})^{2015} > (\alpha^{2015} + \beta^{2015})^{2018}$ ($\alpha > 1, \beta > 1$).

Можно считать, что $\alpha > \beta$ (иначе поменять местами α и β). Тогда $\alpha > 1, \beta > 1$.

Пусть $b \geq 0, b \geq 1$. Тогда $b^{2013-k} > b^{2018-k}$ ($k \in \mathbb{Z}$), т.к. $b(b-1) \geq 0$ ($b > 1, b^{2018-k} > 0$).

$$\text{Также } 0 < \frac{a}{b} \leq 1, \left(\frac{a}{b}\right)^k \leq 1 \quad (k \in \mathbb{N} \cup \{0\}) \quad a^k b^{-k} \leq 1$$

$$a^{(2013-k) - (2018-k)} b^{2013(2018-k) - 2018(2013-k)} \leq 1 \quad (\text{т.к. } a^{2013} b^{2018(2013-k)} \leq 1)$$

$$\text{См. } a^{2013-k} b^{2013(2018-k)} \leq a^{2018-k} b^{2018(2013-k)}$$

$$\text{Заметим также, что } C_{2013}^k = \frac{2013!}{k!(2013-k)!} = \frac{2013!}{2013-k} \cdot \frac{2018!}{k!(2018-k)!} \leq C_{2018}^k$$

$$\text{при } k \in \{0, 1, \dots, 2018\} \quad (3)$$

$$(a^{2018} + b^{2018})^{2015} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2015}^k a^k b^{2015-k} \quad (\text{мы не на верном?})$$

лучи 2.

3. (прямые углы, известно на месте 1)

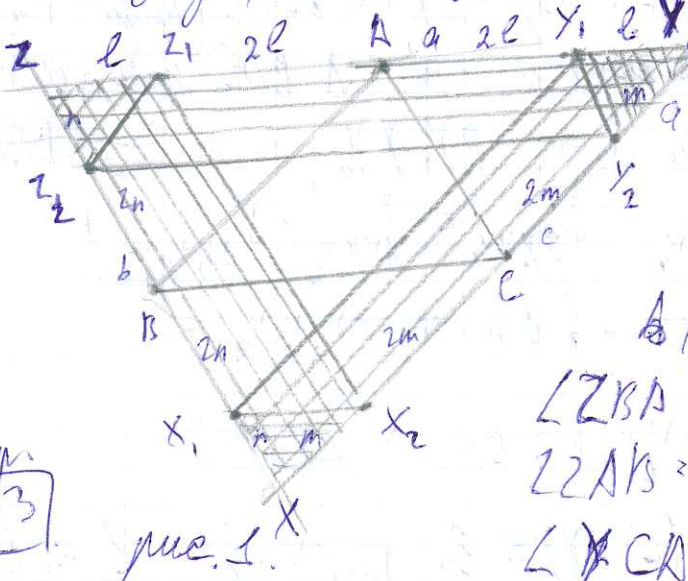
$$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2019}^k a^{2018 \cdot k} b^{2018 \cdot (2019-k)} = a^{2018 \cdot 2019} + \sum_{k=0}^{2018} C_{2019}^k a^{2018 \cdot k} b^{2018 \cdot (2019-k)}$$

$$+ \sum_{k=0}^{2018} C_{2019}^k a^{2018 \cdot k} b^{2018 \cdot (2019-k)} \geq a^{2018 \cdot 2019} + \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k a^{2018 \cdot k} b^{2018 \cdot (2018-k)}$$

$$= a^{2018 \cdot 2019} + (a^{2018} + b^{2018})^{2018} > (a^{2018} + b^{2018})^{2018}, \text{ что } \square$$

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$ - формула Ньютона

4. Пусть даны точки A, B, C, D, E. Пусть ABC - равнобедренный по основанию Δ -ик и δ -ов сформированы равносторонними точками (если δ -ов имеют попарно перпендикулярные медианы, то ΔABC - равносторонний).



Проведем пр-ые a, b, c :
 $a \parallel BC, A \in a; b \parallel AC, B \in b;$
 $c \parallel AB, C \in c.$
 Пусть $a \cap b = m \in Z, a \cap c = n \in Y,$
 $b \cap c = k \in X.$

$$\angle ZBA = \angle BAC; \angle XBC = \angle BCA (b \parallel AC)$$

$$\angle ZAB = \angle ABC; \angle YAC = \angle ACB (a \parallel BC)$$

$$\angle XCA = \angle CAB; \angle YCB = \angle ABC (c \parallel AB)$$

$\angle ZBA = \angle BAC; \angle ZAB = \angle ABC$; AB - общая, т.е. $\triangle ABC = \triangle ABZ, AZ = BC,$
 $BZ = AC$. Аналог. $\triangle CAU = \triangle ABC, AY = BC, CY = AB,$
 $\triangle BCX = \triangle ABC, BX = AC, CX = AB$. Тогда ABC - B, A, C -
 середины ZX, ZY, XY соответственно.

Если m -ка D расположена на BC перпендикулярно XY и BC перпендикулярна XY по

равные стороны от ZY и ZX , то $\rho(D; BC) = \rho(A; BC)$
 $S = \frac{1}{2} BC \cdot \rho(D; BC) = \frac{1}{2} BC \cdot \rho(A; BC) = S_{\triangle ABC}$, что противоречит условию.

Проведем аналог. рассуждения для медиан XY и ZX .
 получим, что m -ка D лежит внутри или на стороне m -ка XYZ . Предположим, что все D -ки, образующие B, A, C, D, E , имеют площадь меньше 3. Тогда отсюда $S_n \leq \frac{2}{3} S_{\triangle ABC}$ и т.д.

$\sqrt{4}$ — ~~маржа~~ — ~~вм~~ D' , маржа $g(Z_2; Y_2|B) \leq g(D'; Y_2|B)$,
 $S_{D'D'E|} \geq S_{D'Z_2B|} = S_{D'Z_2BY_2}$ (м.к. $Y_1, Y_2 \perp\!\!\!\perp AC \parallel BZ$).
 Умал, $S_{D'DBS} \geq S_{D'Z_2BY_2} = S_{D'Z_2BZ_3} + S_{D'KZ_3Y_2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot S_{DABC} +$
 $+ \frac{1}{2} S_{KZ_3Y_2C} = \frac{4}{9} S_{DABC} + \frac{1}{2} (S_{DXY_2C} + S_{DABC} - S_{DZ_3Y_4}) =$
 $= \frac{4}{9} S_{DABC} + \frac{1}{2} S_{DABC} \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \right) = S_{DABC} \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{9} + \frac{8}{9} - \frac{1}{9} \right) \right) =$
 $= S_{DABC} \cdot \frac{10}{9} > S_{DABC}$, что противоречит условию о макс. марже.

$\Delta BDE = \Delta ABC$.
Итак, если при-ишь, что ~~наблюдаю~~ ^{нет} Z может из доказано,
опр-ишь в парадокс не только Z , но и наблюдает
противоречие. Значит, такой Z сущ-ет, $\square$

~~13 fn~~ $13n - 273 = x^3 - n^3$

$$h = \frac{273}{13} = 21$$

$$3n^2 - 10n + 279 \leq 0$$

$$\begin{array}{|c|} \hline x < h \\ \hline \end{array}$$

$$3n^2 + 10n - 782 \leq 0$$

$$n_2 = \frac{-10 \pm 58}{2 \cdot 3} \quad (n_1, n_2 - \text{корни})$$

$$h_1 = \frac{-10 - 58}{6} = -\frac{68}{6} = -11 \frac{1}{3} \quad h_2 = \frac{-10 + 58}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$n \in [-\frac{11}{3}; 8], n \in \mathbb{N}, \text{ m\u00f6glich}$

$$\begin{array}{r} \times 282 \\ \hline 12 \\ + 544 \\ \hline 782 \\ \hline 3264 \end{array}$$

предположим что $n = 1, 2, \dots, 8$

При $n > 0$ $f(n) = n^3 + 13n$ - возр. ф-ция, а $f(5) = 5^3 + 13 \cdot 5 = 125 + 65 = 190 < 273$, поэтому при $n = 1, 2, 3, 4, 5$ $n^3 + 13n < 273$, и не является кубом натурального числа

$6^3 + 13 \cdot 6 = 216 + 78 = 294 > 273$ $6(36 + 13) = 273 \Rightarrow 6 \cdot 49 = 294 - 273 = 21$ - не куб. (натур. числа)
($2^3 = 8, 3^3 = 27, 8 < 21 < 27$)

$7^3 + 13 \cdot 7 = 343 + 91 = 434 > 273$ $7(49 + 13) = 273 \Rightarrow 7 \cdot 62 = 434 - 273 = 161$ - не куб. (натур. числа)
($5^3 = 125, 6^3 = 216, 125 < 161 < 216$)

$8^3 + 13 \cdot 8 = 512 + 104 = 616 > 273$ $8(64 + 13) = 273 \Rightarrow 8 \cdot 77 = 616 - 273 = 343 = 7^3$ - куб. (натур. числа)

Итак, кубовые числа: $n = 8, n = 21$

Следств.: сумма кубовых чисел $21 + 8 = 29$

Допустим: в г. 4 можно доказать, что $\angle(Z_1; Y_2 B) \leq \angle(D'; Y_2 B)$ так:

$$\angle Z_1 Z_2 B + \angle Y_2 B Z_2 = (\angle Z_1 Z_2 B + \angle Z_2 B A) + \angle A B Y_2 = 180^\circ + \angle A B Y_2 > 180^\circ \quad \angle Z_1 Z_2 B + \angle Z_2 B A = 180^\circ, \text{ т.к. } Z_1 Z_2 \parallel A B$$

Тогда $Z_1 Z_2$ пер-ся с $B Y_2$ в точке, лежащей по другую сторону от $B Z_2$, поэтому углы $\angle Z_1 Z_2 B$ и $\angle Y_2 B A$, тогда, т.к. $Z_2 \in B Z_2, Z_1 \in \mathbb{P}_2$ (пр. 3), $Z_1 Q > Z_2 Q$, т.к. $D' \in \text{отр. } Z_1 Z_2$, то $DQ \geq Z_2 Q$
 $\angle(D; B Y_2) = DQ \cdot \sin \angle(Q; Z_2; Y_2 B) \geq Z_2 Q \cdot \sin \angle(Z_1 Z_2; Y_2 B) = \angle(Z_2; Y_2 B)$

отв.
6