№1

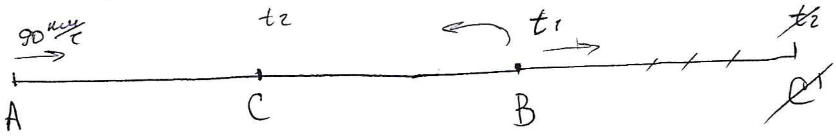
$\vartheta_A = 90$ км/ч – скорость в точке A.

ϑ_B = скорость в точке B.

ϑ_C – скорость в т. C. $= 110 \frac{км}{ч}$

$t_1 = 3ч$ $\quad S_{AB}$ – расстояние м/у т. A и т. B

$t_2 = 5ч$ $\quad S_{BC}$ – расстояние м/у т. B и т. C.



~~Перенесем $BC' = BC$.~~

Т.к за одинаковые промежутки времени скорость увеличивается на одинаковую величину, то ускорение $a = \frac{\Delta \vartheta}{t_2} = \frac{110-90}{5} = \frac{20}{5} = 4 \Rightarrow$

$\vartheta_B = \vartheta_A + at_1 = 90 + 4 \cdot 3 = 102$ км/ч $\Rightarrow$

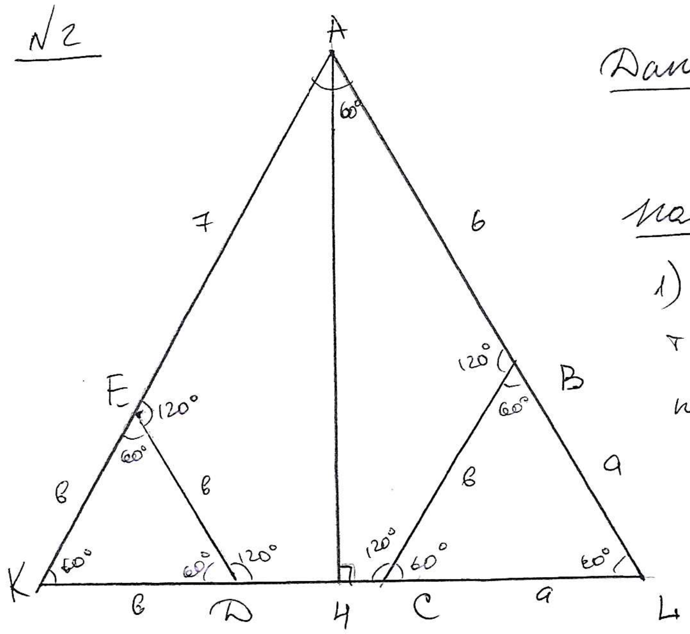
$S_{AB} = \frac{\vartheta_B^2 - \vartheta_A^2}{2a} = \frac{10404 - 8100}{8} = 288$. км

$S_{BC} = \frac{\vartheta_C^2 - \vartheta_B^2}{2a} = \frac{12100 - 10404}{8} = 212$ км

$S_{AC} = S_{AB} - S_{AC} = 288 - 212 = 76$ км.

Ответ: 76 км

№2



Дано: $\angle A = 60°$; $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E$;

$AB = 6$, $CD = 4$, $EA = 7$

Найти: AH.

1) Т.к расстояние от т. A до прямой – это перпендикуляр, то $AH \perp DC$.

2) Т.к сумма углов пятиугольника равна $540°$, то

$\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540-60}{4} = 120°$.

3) Достроим пятиугольник до треугольника AKL.

4) Т.к $\angle AED = 120°$ смежный с $\angle KED$, то $\angle KED = 180 - 120 = 60°$. $\angle EDK = 60°$, т.к смежный с $\angle EDL$.

Также $\angle CBL$ - смежный с $\angle ABC = 120°$, и равен $60°$.
$\angle BCL = 60°$ смежный с $\angle BCD = 120°$.
Тк сумма углов $\Delta = 180°$, то
$\angle K = \angle L = 60° \Rightarrow \Delta AKL$ - равносторонний. $\Rightarrow$
$AK = KL = AL$.

5) Обозначим $EK = KD = ED = b$ и $BL = LC = CB = a$.
тогда
$7 + b = b + a + 4 = 6 + a$

$\begin{cases} 7 + b = 6 + a \\ 6 + a = b + a + 4 \end{cases}$ $\begin{cases} b = a - 1 \\ 6 + a = a - 1 + a + 4 \end{cases}$ $\begin{cases} b = a - 1 \\ a = 3 \end{cases}$ $\begin{cases} b = 2 \\ a = 3 \end{cases}$

Тогда сторона равностороннего $\Delta AKL = 9$,
а тк $AH \perp DC$ и $DC \subset KL$ то $AH \perp KL$
то есть является высотой $\Delta AKL \Rightarrow$

$AH = \frac{KL}{2}\sqrt{3} = \frac{9}{2}\sqrt{3} = 4{,}5\sqrt{3}$

Ответ: $4{,}5\sqrt{3}$.

№3

$(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}$

$2018 = n$

$(a^n + b^n)^{n+1} > (a^{n+1} + b^{n+1})^n$

- При $n = 1$ верно нер-во $(a^1 + b^1)^2 > (a^2 + b^2)^1$
$a^2 + b^2 + 2ab > a^2 + b^2$
$2ab > 0$ при $\forall a, b$.

- При $n = k$ пусть верно нер-во:
$(a^k + b^k)^{k+1} > (a^{k+1} + b^{k+1})^k$

- Докажем, что при $n = k+1$ верно нер-во:
$(a^{k+1} + b^{k+1})^{k+2} > (a^{k+2} + b^{k+2})^{k+1}$

тк. $(a^{k+1} + b^{k+1})^{k+2} > (a^{k+1} + b^{k+1})^{k+1}$

и $(a^{k+2} + b^{k+2})^{k+2} > (a^{k+2} + b^{k+2})^{k+1}$

то $\left(\frac{a^{k+1} + b^{k+1}}{a^{k+2} + b^{k+2}}\right)^{k+2} > \left(\frac{a^{k+1} + b^{k+1}}{a^{k+2} + b^{k+2}}\right)^{k+1}$

что верно при $\forall a, b > 0 \Rightarrow$

верно и нер-во:
$(a^{k+1} + b^{k+1})^{k+2} > (a^{k+2} + b^{k+2})^{k+1}$ и верно нер-во:
$(a^k + b^k)^{k+1} > (a^{k+1} + b^{k+1})^k$ что тождественно
равно $(a^{2018} + b^{2018})^{2019} > (a^{2019} + b^{2019})^{2018}$.

ЧиТД.

№5.
~~n>0~~ $n\in N$, $k\in N$

$n^3+13n-273=k^3$

$n^3-k^3=273-13n$

$(n-k)(n^2+kn+k^2)=13(21-n)$

1) Пусть $n-k=1$

$k=n-1$

$\Downarrow$

$13(21-n)=n^2+(n-1)n+(n-1)^2$

$273-13n-n^2-n^2+n-n^2+2n-1=0$

$3n^3+10n-272=0$

$D=100+272\cdot 12=3364=(58)^2$

$n=\frac{-10\pm 58}{6}$

$\left[\begin{array}{l} n_1=8 \\ n_2<0 \quad \varnothing \end{array}\right.$ т.к. $n>0$

2) Пусть $n-k=-1$

$k=n+1$

$13(-21+n)=n^2+(n+1)n+(n+1)^2$

$-273+13n=n^2+n^2+n+n^2+2n+1$

$3n^2-10n+274$

$D=100-274\cdot 12<0$. => корней нет.

3) Пусть $n-k\neq\pm1$ =>

~~(n-k)(~~ $n^3+13n-273=k^3$

$n^3+13(n-21)=k^3$

при $n_2=21$

$n^3=k^3$ — что верно.

4) $\begin{cases} k-n=13 \\ k^2+kn+n^2=n-21 \end{cases}$

$\begin{cases} k=13+n \\ (13+n)^2+(13+n)n+n^2-n+21=0 \end{cases}$ (1)

(1) $169+26n+n^2+13n+n^2+n^2-n+21=0$

$3n^2+38n+190=0$

$D<0$ $\forall n$.

5) $k-n=13m$ где $m\in\mathbb{Z}$

$k=n+13m$

$\Downarrow$

$(n+13m)^2+(n+13m)n+n^2=\frac{n-21}{m}$

$3n^2-39mn+169m^2=\frac{n-21}{m}$

$3n^2m^{\cancel{2}} + 39m^2n + 169m^3 = n - 21$

$3n^2m + n(39m^2-1) + 169m^3 + 21 = 0$

$D = (39m^2-1)^2 - 4\cdot 3\cdot m(169m^3+21) =$

$= 1521m^4 - 78m^2 + 1 - 2028m^2 - 252m =$

$= 1521m^4 - 2028m^3 - 78m^2 - 252m + 1$

Если есть корни $\in \mathbb{Z}$ то они делители 1.

$m = 1 \quad 1521 - 2028 - 78 - 252 + 1 \neq 0$

$m = -1 \quad 1521 + 2028 - 78 + 252 + 1 \neq 0 \Rightarrow$

Если есть корни, то они иррациональные, а по усл. $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ они не подходят.

б) $\begin{cases} k - n = n - 21 \\ k^2 + kn + n^2 = 13 \end{cases}$

$\begin{cases} k = 2n - 21 \\ k^2 + kn + n^2 = 13 \quad (1) \end{cases}$

(1) $4n^2 - 4\cdot 21n + 441 + 2n^2 - 21n + n^2 - 13 = 0$

$7n^2 - 105n + 428 = 0$

$D = 105^2 - 428\cdot 7\cdot 4 < 0. \Rightarrow$ корней нет.

$\Downarrow$

$n_1 = 8$ и $n_2 = 21$ – единственное решение $\Rightarrow$

$n_1 + n_2 = 8 + 21 = 29$

Ответ: 29.