① Как известно из курса физики, при равноускоренном движении расстояние от времени зависит следующим образом:

$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, а скорость:

$v = v_0 + at$

т.к. через 2+3=5 часов скорость изменилась с 90 до 110 км/ч, то:

$110 = 90 + a \cdot 5$

$a = 4$ км/ч^2

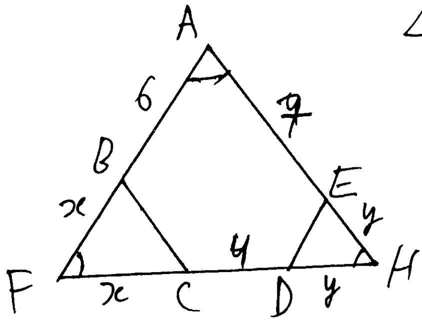
$AB = 90 \cdot 3 + \frac{4 \cdot 3^2}{2} = 288$ км

$AB + BC = 90 \cdot (2+3) + \frac{4 \cdot (2+3)^2}{2} = 500$ км

$AC = 2AB - (AB + BC) = 576 - 500 = 76$ км.

Ответ: 76 км.

②



$\angle A = 60°$, $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{540° - 60°}{4} = 120° \Rightarrow$

$\Rightarrow$ пятиугольник можно достроить до треугольника, а т.к. $\angle B = 120°$ и $\angle C = 120°$, то $\angle FBC = \angle FCB = 60° \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle F = 60°$, ~~значит~~ ΔFBC равносторонний, аналогично ΔDEH равносторонний, т.к. $\angle A = \angle F = \angle H = 60°$, то AFH — равносторонний. Пусть $BF = x$, $EH = y \Rightarrow AF = 6 + x$, $AH = 7 + y$, $FH = 4 + x + y$, т.к. AFH равносторонний, то:

$\begin{cases} 6 + x = 4 + x + y \Rightarrow y = 2 \\ 7 + y = 4 + x + y \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow \rho(A, CD) = h = AF \cdot \sin 60° = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{2}$

Ответ: $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

③ Рассмотрим 2 случая:

1) $a = b$

$$(a^{2018}+a^{2018})^{2019} > (a^{2019}+a^{2019})^{2018}$$

$$2^{2019}\cdot a^{2018\cdot 2019} > 2^{2018}\cdot a^{2018\cdot 2019}$$

Очевидно, неравенство верно.

2) $a \neq b$

Т.к. неравенство симметрично, то НУО $a < b$.

Поделим обе части на $b^{2018\cdot 2019}$, пусть $x = \frac{a}{b}$, $0<x<1$.

$$(1+x^{2018})^{2019} > (1+x^{2019})^{2018}$$

Заметим, что:

$0 < x < 1$

$\cancel{0 < x^{2018} < 1}$

$\cancel{1 < 1 + x^{2018} < 2}$

$0 < x^{2018} < 1$

$1 < 1 + x^{2018} < 2$

$(1+x^{2018})^{2019} > (1+x^{2018})^{2018}$;

Также:

$0 < x < 1$

$x^{2019} < x^{2018}$

$1 + x^{2019} < 1 + x^{2018}$

$(1+x^{2019})^{2018} < (1+x^{2018})^{2018}$,

Тогда получаем:

$(1+x^{2018})^{2019} > (1+x^{2018})^{2018} > (1+x^{2019})^{2018}$, ч.т.д.

⑤ Пусть $n^3+13n-273=(n+a)^3$, $a \in \mathbb{Z}$;

$$n^3+13n-273=n^3+3an^2+3a^2n+a^3$$

$$3an^2+n(3a^2-13)+a^3+273=0$$

$D \geqslant 0$:

$$(3a^2-13)^2-4\cdot 3a\cdot(a^3+273)\geq 0$$

$$9a^4-78a^2+169-12a^4-4\cdot 3a\cdot 273\geq 0$$

$$3a^4+78a^2+4\cdot 3a\cdot 273-169\leq 0$$

Заметим, что получившийся многочлен возрастает при $a\geqslant 1$, и убывает при $a\leqslant -1$, также заметим, что он положителен уже при $a=1$, и при $a=-10$, т. е. достаточно проверить все целые a из промежутка $[-9;0]$, при проверке получаем, что решения только при $a=0$ $(n=21)$ и $a=-1$ $(n=8)$, тогда искомая сумма $21+8=$ $=29$

Ответ: 29.