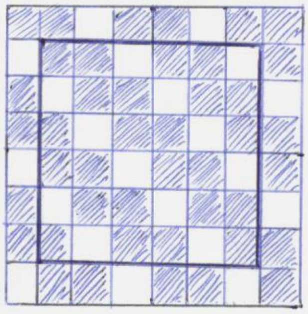
Задача №1.

1) Сначала докажем такую лемму: ~~в~~ таблицу $(3n+2)\times(3n+2)$ можно раскрасить так, что в ней найдется не менее $6n^2$ ~~кл~~ равновесных клеток.



2) Раскрасим таблицу $(3n+2)\times(3n+2)$, так, как показано на рисунке. Заметим, что в каждой строке синие и белые клетки чередуются: две синии, одна белая, две синие, одна белая и т.д.

3) Рассмотрим таблицу $3n\times 3n$ лежащую внутри (на рисунке выделена). Все ~~кл~~ синие клетки этой таблицы являются равновесными, т.к имеют два синих и два белых соседа. Заметим, что в каждой строке кол-во синих клеток вдвое больше белых, а значит кол-во синих в одной строке $=2n$. Всего строк $3n \Rightarrow$ Равновесных синих клеток $=3n\cdot 2n=6n^2$ - лемма доказана.

4) В таблице 1000×1000 возьмем таблицу $998*998$. По доказанной лемме, кол-во синих ~~клеток~~ равновесных клеток в ней, при ~~за~~ данной раскраске будет $\geqslant 6\cdot\left(\frac{998-2}{3}\right)^2=6\cdot 332^2=6\cdot 110224=661344$, т.е больше чем 600000, т.т.д.

Задача №2.

1) Пусть n - четно. Тогда $n\geqslant 2$ и $2^n+n^{2016}\geqslant 4+2^{2016}$. Заметим, что 2^n - четно и n^{2016} - четно $\Rightarrow 2^n+n^{2016}$ - четно, значит, чтобы оно было простым, оно должно быть равно 2, но оно $\geqslant 4+2^{2016} \Rightarrow$ оно не может быть равно 2. Значит n - нечетно.

2) $n=2k+1$, тогда $2^{2k+1}\equiv(-1)^{2k+1}\equiv -1\equiv 2 \pmod 3$

Пусть $n\equiv 1 \pmod 3$, тогда $1^{2016}\equiv 1 \pmod 3$ и $2^n+n^{2016}\equiv 2+1\equiv 0 \pmod 3$

Пусть $n\equiv -1 \pmod 3$, тогда $(-1)^{2016}\equiv 1 \pmod 3$ и $2^n+n^{2016}\equiv 2+1\equiv 0 \pmod 3$

Значит или $2^n+n^{2016}=3$, или $n \vdots 3$.

3) Если $2^n+n^{2016}=3$, то поскольку $2^n+n^{2016}-3$ - возрастающая функция, она имеет ~~тольк~~ не более одного корня. Заметим, что $n=1$ - корень.

4) Если $n \vdots 3$, то $n\geqslant 3$.

$n=3k$, тогда

$$2^{3k}+n^{2016}=(2^k)^3+(n^{672})^3=(2^k+n^{672})(2^{2k}-2^k\cdot n^{672}+(n^{672})^2)=(2^k+n^{672})((2^k-n^{672})^2+2^k\cdot n^{672})$$

$2^k+n^{672}\geqslant 3^{672}$, т.е оно не может быть равно 1.

$(2^k-n^{672})^2+2^k\cdot n^{672}\geqslant 2^k\cdot n^{672}\geqslant 3^{672}$, т.е оно тоже не может быть равно 1.

Т.к оба множителя $\neq 1 \Rightarrow$ их произведение - составное число. $\Rightarrow$ ~~это~~ единственное n, которое удволетворяет условию - $n=1$.

Ответ: $\{1\}$