

N1

$\frac{ABC}{CBA}$
 $\frac{CBA}{CBA}$ } квадратов натуральных чисел.

Для начала рассмотрим на что заканчиваются квадраты чисел от 0 до 9.

$0^2 = 0$	$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	$9^2 = 81$
$1^2 = 1$	$4^2 = 16$	$7^2 = 49$	
$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	$8^2 = 64$	

Итак, мы получили цифры, которые возможно рассмотреть, как барсантины цифр A; B; C.

Это цифры: 0; 1; 4; 9; 6; 5.

Теперь из этого ряда мы должны исключить те цифры, которые не соответствуют условию.

Например, 0 мы можем исключить сразу, поскольку нам необходимо иметь трехзначное число. А если мы все-таки мы возьмем его $B=0$, тогда у нас получится, что $B=C$, а A-просто нуль. Число.

Далее нам надо исключить еще 2 варианта. Рассмотрим теперь все цифры и попробуем из них составить квадраты некоторого числа.

1; 4; 5 - число не получается (-)

1; 4; 6 (-)

1; 4; 9 (-)

1; 5; 6 (-)

1; 5; 9 (-)

1; 6; 9 (+) - это возможные варианты решения задачи.

~~45~~ Рассмотрим (проверим) этот вариант сразу.

$$169 = 13^2$$

Допустим, что $A=1; B=6; C=9$

№1 (продолжение)

Если это так, то по условию имеем, что наши квадраты — это:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{ABC} = 169 \\ \overline{CBA} = 961 \end{array} \right\} \text{подходят} \quad (1)$$

$\overline{CAB} = 916$ — не подходит.

Можно сразу заметить, что цифра C два раза встречается в первом разряде, а цифра B два раза встречается во втором (разряд десятков). Из предположения (1) видим, что $C \neq 9$. А поскольку

$$\left. \begin{array}{l} \overline{ABC} = 169 \\ \overline{CBA} = 961 \end{array} \right\} \text{имеет подходить} \Rightarrow B = 6, \text{ тогда}$$

получим, что если $C \neq 9 \Rightarrow C = 1$, а

$$A = 9.$$

Проверим:

$$\left. \begin{array}{l} 961 = 31^2 \\ 169 = 13^2 \\ 196 = 14^2 \end{array} \right\} \text{соответствует условию.}$$

Отсюда мы и получаем ответ.

Ответ: Да, такие три различных цифры существуют.

Например, $A = 9$

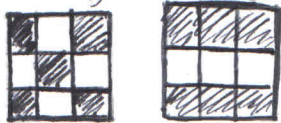
$$B = 6$$

$$C = 1$$

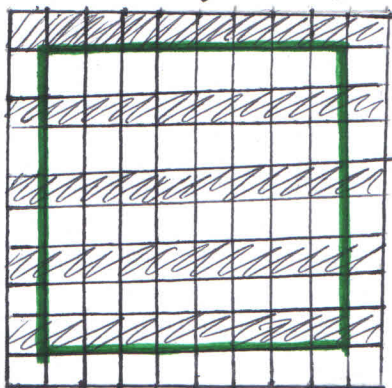
№2

Есть шпатель рассмотрим вариацию заполнения равновесной клетки. Она может иметь вид принудительного заполнения шахматной доски или полосами.

Например, так:



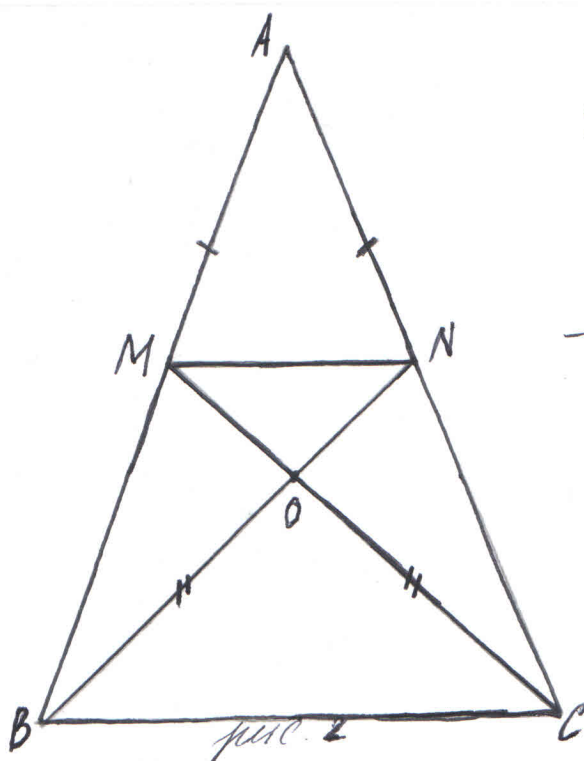
Ранее мы можем начать заполнение или от середины. Если возможность начать заполнять подобным способом, даже если мы будем заполнять другим способом. Главное, чтобы мы всегда записывали пометки или клетки. "Пометками" я называю те клетки, которые имеют (касаются) уже две клетки одного цвета, тогда еще два цвета нам будут помечены. Запишем таким образом образцы получим след картинку (10x10 клеток)



Тогда запомним, что рамочка (или "доска") не содержит равновесных клеток. За исключением углов. Тогда если в всей доске $100 \cdot 100$ кв. $\Rightarrow$ Площадь неравновесных клеток $98 \cdot 4$.

Площадь рамочки $(100-1) \cdot 4$,
А без углов $(100-2) \cdot 4$.
Получим площадь равновесных кв. равна $100 \cdot 100 - (98 \cdot 4) = 9608$ кв.

Ответ: 9608 равновесных клеток.



№3

Дано: $\triangle ABC$

$AM=AN$

$CM \cap BN$ в т. O

$BO=OC$

Док-ть, что $\triangle ABC$ - равнобедр.

Док-во:

Чтобы решить эту задачу мы можем пойти несколькими путями:

- 1) Док-ть, что $MN \parallel BC$
- 2) Док-ть, что $MO=ON$
- 3) Что $\angle OBM = \angle OCN$
- 4) Док-ть, что $BMNC$ - равнобедр. трапеция.

Доказав что-то из этого мы сможем получить ответ.

- а) Чтобы док-ть, что $\triangle MON \sim \triangle BOC$ надо выполнить и. (1); и. 2.
- б) Чтобы док-ть, что $\triangle BOM = \triangle CON$ выполнить и. (1) и и. (3).

Допустим, что MN не параллельна BC . Тогда для начала мы построим четырехугольник $BMNC$.

Тогда если мы на этом четырехугольнике будем строить равнобедр. $\triangle AMN$, который дан нам по условию, тогда NA и MA не будут служить продолжением CN и BM . и образуем тогда ~~многоугольник~~ $BMANC$.

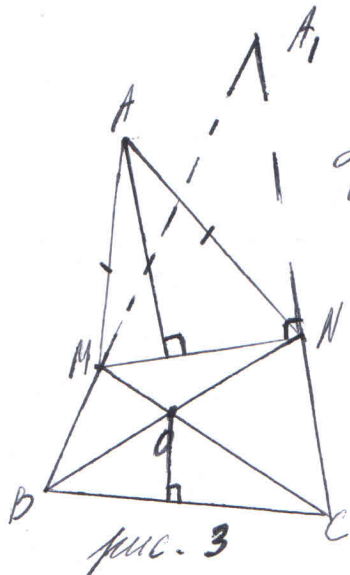


рис. 3

№3

Принимая за основу фигуру. А
фигура ABC - треугольник,
только $\Delta A, MN$ не будет
равнобедр., что противоречит
условию.
Если это парамильно
р-м вариант.

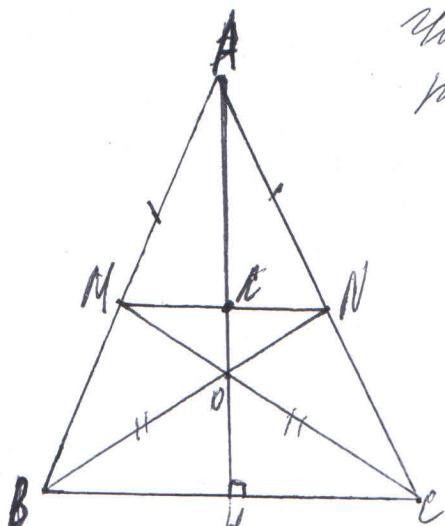
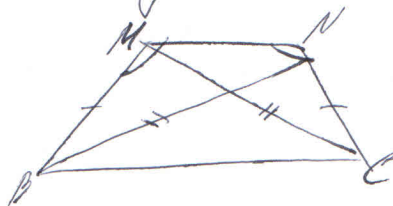


рис. 4.

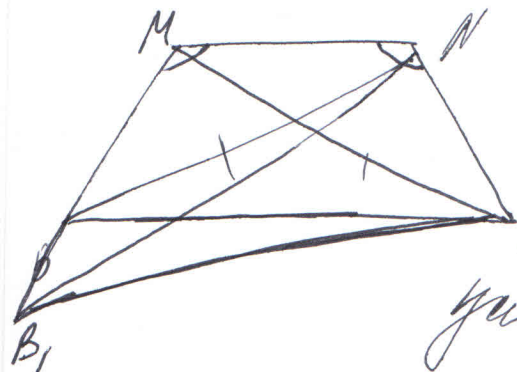
Чтобы получить равенство $MD=ON$
то ΔMON должен быть
равнобедр. Если $MN \parallel BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \Delta MON \sim \Delta BOC$. ~~НЕ~~
И если это так, то
мы сможем рассмотреть
равенство ΔMAB и ΔNAC .
Потому задача решится легко.
 $MB=NC$.

Ан- это серед! Теперь мы должны док-ть, что
летит на перпендикуляр и точки K и O
Это можно сделать рассматривая сечение
точки O.
Рассмотрим подобие треугольника MNCB.

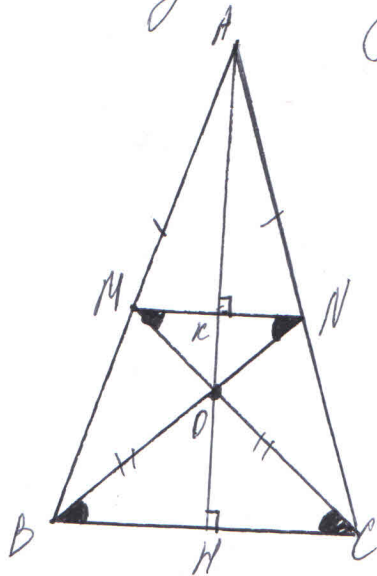


Если она равнобедренная (не обз.)
Если MN не парал. BC, тогда
все равно у нас M и N совпадут.

Если MN не парал. BC $\Rightarrow$
 $B_1N > BN$, и тогда мы не
получим равнобедренного
 ΔBOC , что противоречит
условию. Тогда $BC \parallel MN$.



Данная задача решается легко.



№3
 $\angle MND = \angle OBC$ (как накрест
 лежащие при $BC \parallel MN$ и BN -секунда)
 $\angle MON = \angle BOC$ (как вертикальные)
 $\triangle MON \sim \triangle BOC$

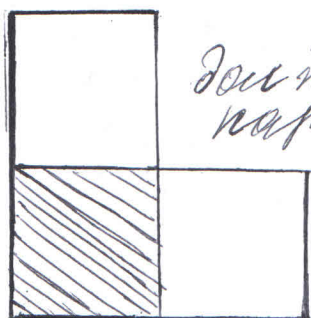
и тогда AO и MO — медианы
 равнобедренного $\triangle MON$
 и тогда AK в $\triangle AMN$
 биссектриса, высота, медиана.
 KO в $\triangle MON$ — высота,
 медиана, биссектриса.

OH в $\triangle BOC$ — высота, биссектриса, медиана
 $AH = AK + KO + OH \Rightarrow$

$\Rightarrow AH$ — сред. перпендикуляр $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC$ — равнобедренный Δ , что и
 требовалось доказать.

№4



(рис. 1)

В конечном итоге мы должны получить такую картинку (рис. 1) — квадрат, каждый квадрат — прямоугольник.

Но не каждый прямоугольник — квадрат.

Поэтому, пока мы рассмотрим вариант того, что эти прямоугольники — квадраты. Мы можем сказать, что самая большая площадь пересечения — это квадрат, но это не будет всегда получено при пересечении двух равных прямоугольников.

По условию скажем, что каждый из прямоугольников содержит не менее 100, но не более 100 клеток. Это можно назвать площадью прямоугольника.

Площадь прямоугольника находится по формуле $S = a \cdot b$. Тогда мы можем рассмотреть множество площадей от 101 до 2019. И найдем большую меньшую сторону, т.е. формулу.

- 2011 = 2011 · 1
- 2012 = 503 · 4
- 2014 = 53 · 38
- 2013 = 61 · 33
- 2015 = 65 · 31
- 2016 = 48 · 42
- 2017 = 2017 · 1
- 2018 = 1009 · 2
- 2019 = 673 · 3

Отсюда видно, что самая большая ширина 42 $\Rightarrow$ ~~точка~~ пересечение фигур — квадрат, площадь которого $S = a^2 = 42^2 = 1764$ кв.

Ответ: 1764 кв.

№5

1) Если в разряде много одинаковых цифр, то вариантов для разряда 3, а если все разряды разные - 1.

Например, это может быть так:

- 1) 1111; 2222; 3333
- 2) 2222; 2222; 2222
- 3) 1111; 1111; 1111
- 4) 3333; 3333; 3333

2) Теперь рассмотрим варианты, когда первая цифра 1.

1111
1112
1113
1121
1122
1123
1131
1132
1133
...

3) Рассмотрим эти варианты и сумма подберется своя комбинация.

Например, все известно:

I) Если все разряды одинаковые тогда число равно:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

II) Если один разряд разный:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 27$$

III) Если два разряда разные: $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 9$

IV) Если три разряда разные: $3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 3$

V) Если все разряды разные: $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

$\Sigma = 81 + 27 + 9 + 3 + 1 = 121$ сев существует в игре.

Ответ: 121 сев.