

№2.

$$2^n + n^{2016} \quad n=1, \quad 2+1=3 - \text{простое.}$$

Пусть  $n$  - четно, тогда  $2^n + 2^{2016} \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^{2016}$  делится на 2 и больше 2  $\Rightarrow n$  - нечетно.

Пусть  $n = 3k+2, k \in \mathbb{N}, k$  - нечетно

$$2^n = 2^{3k+2} = 8^k \cdot 4 + n^{2016}$$

$$8^k \cdot 4 \equiv 64^{\frac{k-1}{2}} \cdot 8 \equiv 1 \cdot 2 \pmod{3}$$

$$\left. \begin{aligned} n^{2016} &\equiv 2^{2016} \pmod{3} \\ 2^{2016} &\equiv 1 \pmod{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^n + n^{2016} \equiv 2+1 \pmod{3} \Rightarrow \text{число делится на 3.}$$

Пусть  $n = 3k+1, k \in \mathbb{N}, k$  - четно:

$$2^{3k+1} = 4^{\frac{3k}{2}} \cdot 2 \equiv 1 \cdot 2 \pmod{3}$$

$$n^{2016} \equiv 1^{2016} \pmod{3}$$

$$\left. \begin{aligned} 2^{3k+1} &\equiv 2 \pmod{3} \\ n^{2016} &\equiv 1 \pmod{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^n + n^{2016} \equiv 2+1 \pmod{3} \Rightarrow \text{число делится на 3}$$

Пусть  $n = 3k, k \in \mathbb{N}, k$  - нечетно:

$$2^{3k} + (3k)^{2016} = (2^k + (3k)^{672}) \cdot (2^{2k} - 2^k \cdot (3k)^{672} + (3k)^{2 \cdot 672})$$

$$2^k + (3k)^{672} > 1, \text{ т.к. } k \geq 1. \text{ Пусть } a = 2^k, b = (3k)^{672}$$

$$a^2 - ab + b^2 = 1$$

$$D = a^2 - 4a^2 + 4 = -3a^2 + 4 < 0$$

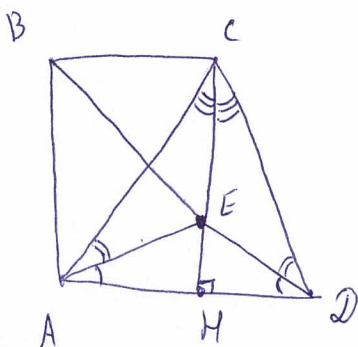
$$a^2 < \frac{4}{3}$$

$$2^k < \sqrt{\frac{4}{3}}, \text{ т.к. } k \geq 1 \Rightarrow 2^k \geq 2 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow 2^{2k} - 2^k \cdot (3k)^{672} + (3k)^{2 \cdot 672}$$

имеет два действительных корня не равных 1  $\Rightarrow$  таких  $n$  нет.

Ответ:  $n=1$ .

№4.



$$\angle CAD = \angle CDA, \angle EAD = \angle EDA \Rightarrow CA = CD, EA = ED \Rightarrow$$

$$\triangle CAE = \triangle CDE \Rightarrow \angle DCE = \angle ACE \Rightarrow CE - \text{высота в } \triangle ACD$$

$H$  - пересечение  $CE$  и  $AD$ .  $\triangle CHD$  - прямоугольный  $\Rightarrow$

$$\angle HCD = 90^\circ - \angle HDC = 10^\circ$$

$$\angle CEA = 180^\circ - \angle ACE - \angle CAE = 180^\circ - 10^\circ - (\angle CAD - \angle EAD) = 140^\circ$$

$$\angle BEC = \angle CEA - \angle BEA = 140^\circ - 80^\circ = 60^\circ$$

$$\angle ABE = 180^\circ - \angle BAE - \angle BEA = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

$$\angle ABE = 2\angle ACH, \text{ опираются на } AE \Rightarrow$$

$C, E, A$  лежат на окружности с центром  $B \Rightarrow$

$$BC = BE \Rightarrow \angle BCE = \angle BEC = 60^\circ \Rightarrow \angle CBE = 60^\circ \Rightarrow$$

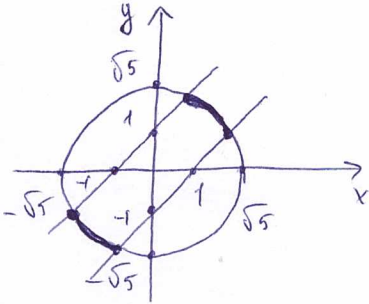
$\triangle BCE$  - равносторонний.

Граница 1 из 2

№3.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ |x - y| < 1 \\ |y - z| < 1 \end{cases}$$

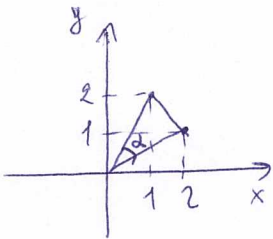
$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ |x - y| < 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = 1 \\ y = x + 1 \\ 2x^2 + 2x + 1 = 5 \\ x^2 + x - 2 = 0 \\ x = 1 \quad x = -2 \\ y = 2 \quad y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = -1 \\ 2x^2 + 2x - 4 = 0 \\ x = -1 \quad x = 2 \\ y = -2 \quad y = 1 \end{cases}$$

Две дуги: от (2; 1) до (1; 2) и от (-2; -1) до (-1; -2)



$$2 = 5 + 5 - 2 \cdot 5 \cos \alpha$$

$$8 = 10 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\text{длина дуги: } \arccos\left(\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}$$

При каждом  $y$   $z$  меняется от  $(y-1)$  до  $(y+1) \Rightarrow$   
площадь фигуры:

$$2 \cdot \arccos\left(\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot (y+1 - (y-1)) =$$

$$= 2\sqrt{5} \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\text{Ответ: } 2\sqrt{5} \arccos\left(\frac{4}{5}\right)$$

№5.

В одном разряде может быть ~~6~~ различных комбинаций из 1, 2, 3.

Если сложность 4, то в каждый разряд ставим одну из 6 перестановок из 1, 2, 3. Их  $6^4: 6 = 6^3$  (Так как каждый сег повторяется 6 раз).

Сложность 3:  $6^3 \cdot 4 \cdot 3: 6 = 6^2 \cdot 12$  (Выбираем разряд, где будут одинаковые цифры и выбираем перестановки)

Сложность 2:  $6^2 \cdot 6 \cdot 3^2: 6 = 6^2 \cdot 3^2$

Сложность 1:  $6 \cdot 4 \cdot 3^3: 6 = 3^3 \cdot 4$

Сложность 0 невозможна, так как тогда все 3 числа равны.

Получаем, что больше всего сегов сложностью 3.