

Задача №1.

Пример таких натуральных чисел: 1, 2, 5, 4, 25. Все они-различные.

$$1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 25 = 1000 \text{ (их произведение равно 1000).}$$

Ответ: 1; 2; 5; 4; 25.

Задача №2

Для начала рассмотрим, какие цифры могут использоваться далее. Это цифры: 1; 2; 4; 5; 7; 8. Остальные цифры кратны трем. Теперь посчитаем, сколько различных чисел она могут составить:

$$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5 = 7776.$$

В каждом числе по 5 цифр, значит, всего цифр $7776 \cdot 5 =$

$= 38880$. Заметим, что каждая цифра была использована равное количество раз (будем по формуле). Значит, каждая цифра по отдельности была использована $38880 : 6 = 6480$. Теперь вычислим сумму: $6480 \cdot 1 + 6480 \cdot 2 + 6480 \cdot 4 + \dots + 6480 \cdot 8 = 6480 \cdot (1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8) = 6480 \cdot 27 = 174960$ - искомая сумма.
 Ответ: 174960.

Задача №2

Сделаем схематичный рисунок таблицы, описанной в задаче:

II	
	I

I - первый ряд

II - второй ряд

Можно заметить, что иско-
мая площадь ~~не~~ ^{равна} произведению мень-
ших сторон ~~боих~~ ^{прямо-}
угольников. Значит, нам
нужно найти наибольший
вариант ~~для~~ для меньшей
сторон прямоугольников.
Разложим 2015 и 2016 на
простые множители:

$$2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$$

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Рассмотрим первый прямо-
угольник. Если мы возьмем
хотя бы два множителя
для одной стороны, то
она однозначно станет боль-
шей. Значит, на меньшей
стороне должен соответ-

ствовать только один множи-
тель (либо 1). Наибольший из
них — 31. Значит, наиболь-
ший вариант для меньшей
стороны — 31. Теперь рассмот-
рим второй прямоугольник.
& & Нам нужно, чтобы
одна сторона была больше
другой, что возможно
при следующих вариантах
длины меньшей стороны:
 $1; 2; 3; 7; 2^2; 2^3; 2^4; 2^5; 2^2 \cdot 3^2;$
 $2^2 \cdot 2 \cdot 3; 2^2 \cdot 3; 2 \cdot 3^2; 2^2 \cdot 3^2; 2^3 \cdot 3;$
 $2 \cdot 7; 2^2 \cdot 7; 2 \cdot 3 \cdot 7; 3 \cdot 7$. Наиболь-
шим из них является
 $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Из этого следу-
ет, что наибольший ва-
риант для меньшей сто-
роны второго ~~прямо-~~
прямоугольника — 42. (Это

их вариантов для решения
сторонах и тем по следу-
ю задачи принципам:

1) в 2016 - не ~~то~~ квадрат
другого числа, а - значит,
из двух чисел, произведение
которых его можно пред-
ставить, одно обязательно
будет больше другого.

2) всего вариантов различ-
ных произведений чисел
 2^5 , 3^2 и 7 - $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$, где
все можно разбить на пар-
ты, что их произведе-
ние будет ~~то~~ равно 2016.

~~У этих~~

Эти пары могут быть
представлены в виде произ-
ведений с $S = 2016$ и соотв.

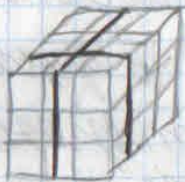
~~составляющие~~ ~~разности~~ ~~числа~~
сторонами. Значит, вариан-
тов для решения задачи
будет $2016 : 2 = 18$, так и
было приведено.

Итак, у нас получилось,
что наибольшее количество
сторон для искомого пра-
моугольника 42 и 31.

Значит, искомая площадь
равна $31 \cdot 42 = 1302$ клетки
Ответ: 1302 клетки.

Задача №3.

Намечены все возможные
минимальные направления-
редов, на которые можно
разобрать куб - 4. Пример:

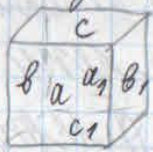


$$2 \times (3 \times 1 \times 1,5) + 2 \times (3 \times 2 \times 1,5) \times F$$

$$\neq (куб\ 3 \times 3)$$

Осталось доказать, почему нельзя использовать меньше кубов.

Чтобы не допустить того, что два размера мин. квадрата совпадают, нужно, чтобы на каждой стороне куба был не менее 1 разрез. Иначе у какого-то из параллельных сторон будет квадратная, а значит, два разреза ^{не менее 1} совпадут.



Обозначим стороны: a и a_1 (противоп.); b и b_1 (противоп.); c и c_1 (противоп.).

~~Разрез на стороне b_1 будет перпендикулярным либо разрезу на a или a_1 , или b или b_1 .~~
 Не менее obvious рассуждения, пусть этой стороной будет a . Тогда, разрез со стороны a должен быть против го разреза на стороне b_1 . Иначе мы просто нагремем куб. Аналогично и на стороне b . Тогда же стороны будут и со сторонами a_1 и эта противостоят го b и b_1 . Итого у нас на двух сторонах будет ^{не менее 2} разреза. Или будут перпендикулярными. А значит, куб будет разбится не менее чем на

4 части, из чего следует, что нельзя разрезать куб на меньшее количество кубических параллелепипедов.

Ответ: на 4 кубических ^{мнимых} параллелепипеда.

Задача 15.

Клетки, находящиеся на сторонах доски (то не углы) не могут быть равновесными, т.к. они имеют ≥ 3 соседа, что является нечётным числом. Значит, количество возможных равновесных клеток снизилось до 100×10 .

$$100 \cdot 100 - 4 \cdot 98 = 10000 - 392 = 9608.$$

~~Клетки на сторонах могут быть равновесными на кубе~~
не на стороне, соседство с ней. Докажем: с помощью $\square$ и $\circ$ покажем, что для всех оставшихся клеток это возможно:

Шаг $n=1$.

C	C	C	C
C	C	C	C
Ф	C	C	C
Ф	Ф	C	C

Все остальные клетки симметричны | C - синий; Ф - белая

Пусть для $n=k$ это верно.

Докажем для $n=k+1$.

Найдём. На поле, где $n=k$ клетки, не являющиеся равновесными и сделав её равновесной (изменив соседние клетки). Если это

не затронуто состояние
остаточных клеток (равно-
весные или нет), но это
показано. Если же затро-
нуто, то наметили со-
отну из соседних этих же клеток
на противоположную
сторону ^{только в случае, когда} не из клеток,
которых мы только что
наметили). Если состоя-
ние других клеток изме-
нилось, то возможно
операцию. Поэтому
до тех пор, пока все ос-
таточные клетки не вер-
нутся к изначальной
состоянию! В крайнем
случае помещаются в клет-
ки на стороне, от
которой больше ничего не

~~Описание того, что происходит~~
~~внутри клетки~~
~~показано. Из этого сле-~~
~~дует, что можно раскря-~~
~~сать популяцию, ука-~~
~~заванную в этих условиях~~
~~при $n \leq 9608$.~~
~~Вместо: $n \leq 9608$.~~