

Задача № 1

Можно использовать следующие натуральные числа:

$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25 = 40 \cdot 25 = 1000$$

1000	2)
500	2)
250	5)
50	5)
10	5 ✓
2	2 ✓
1	1 ✓

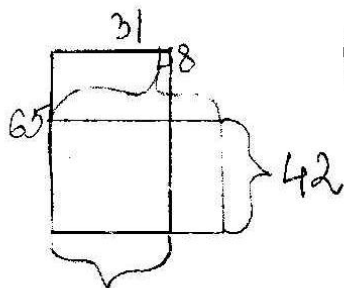
Ответ: 1, 2, 4, 5, 25

Задача №2
 Максимальная воз-
 можная площадь их
 общей части будет вс-
 лучае, если прямоуго-
 льники близки к квад-
 ратам.

Для первого прямоуго-
 льника:

$\sqrt{2015} \approx 44,89$ Таким обра-
 зом прямоугольник со
 сторонами 65 клеток
 на 31 будет удовлетворять
 условию и ближе к
 к размеру квадрата
 $44,89 \times 44,89$

Второй прямоугольник
 со сторонами
 42 клеток $\times$ 48 клеток



Общая площадь
 $42 \times 31 = 1302$ клетки

Ответ: общая площадь
 $42 \times 31 = 1302$

Задача №3

1 Разсечём куб на два прямоугольных параллелепипеда, плоскостью $\perp$ одной из граней куба. рис. 1

Получим два неметрических параллелепипеда.

Потому что не выполняется система условий:

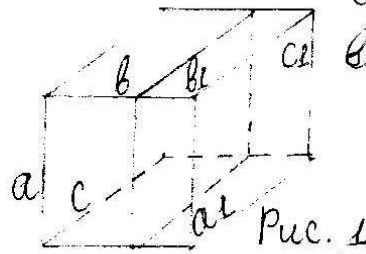


Рис. 1

$$\left\{ \begin{array}{l} b \neq c \\ b \neq a \\ c = a \text{ т.к. грани куба} \end{array} \right.$$

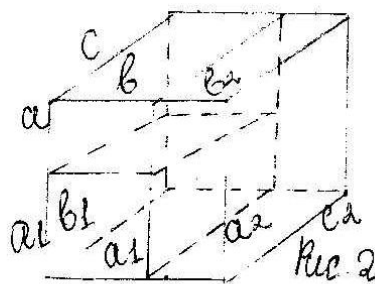


Рис. 2

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 \neq c_1 \\ b_1 \neq a_1 \\ c_1 = a_1 = c = a \text{ т.к. грани куба} \end{array} \right.$$

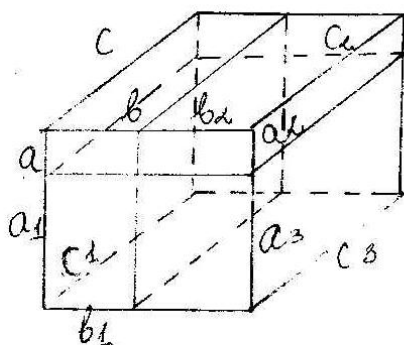
2 Разсечём куб на три параллелепипеда рис. 2. У нас по-

получилось два типичных
параллелепипеда:

$$\begin{cases} a \neq b \\ b \neq c \\ a \neq c \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} a_1 \neq b_1 \\ b_1 \neq c_1 \\ a_1 \neq c_1 \end{cases}$$

Три условия: $b \neq b_1$ или $a \neq a_1$

3. Разделим куб на четыре
части. рис 3.



Из рисунка видно, что
получилось 4 типичных
параллелепипеда, поскольку

$$1 \begin{cases} a \neq b \\ b \neq c \\ a \neq c \end{cases} \quad 2 \begin{cases} a_1 \neq b_1 \\ b_1 \neq c_1 \\ a_1 \neq c_1 \end{cases}$$

$$3 \begin{cases} a_2 \neq b_2 \\ b_2 \neq c_2 \\ a_2 \neq c_2 \end{cases} \quad 4 \begin{cases} a_3 \neq b_3 \\ b_3 \neq c_3 \\ a_3 \neq c_3 \end{cases}$$

Ответ: На 4 параллелепи-
педа. Три разделение на-
стоящие учитывались, что
если две плоскости $\perp$
третьей плоскости, то
они $\parallel$ друг другу

Задача №4
Цифры которые делаются
на 3 будут: 1, 2, 4,
5, 7, 8.

Их всего 6. Значит
число возможных комбинаций
цифры числа пяти раз-
рядного $6^5 = 7776$

Все цифры встречаются
с одинаковым количеством
раз. Тогда всего будет
задействовано $7776 \cdot 5 = 38880$
цифр.

Из них каждая цифра
будет задействовано 38880:
 $:6 = 6480$ раз

Тогда сумма цифр
будет:

$$6480 \cdot (1+2+4+5+7+8) = 174960$$

Ответ: 174960

Задача № 5

Все клетки находящиеся в крайних рядах и столбцах не могут быть равновесными по-скольку они имеют нечётное количество соседних клеток. Поэтому для поля 100×100 максимальное число равновесных клеток будет:

$$100 - 1 \text{ стр.} - 1 \text{ стр.} \times 100 - 1 \text{ стр.} - 1 \text{ стр.} = 98 \times 98 = 9604$$

Таким образом от $n=0$ до $n=9604$ можно раскрасить поле 100×100 , чтобы было n равновесных клеток.