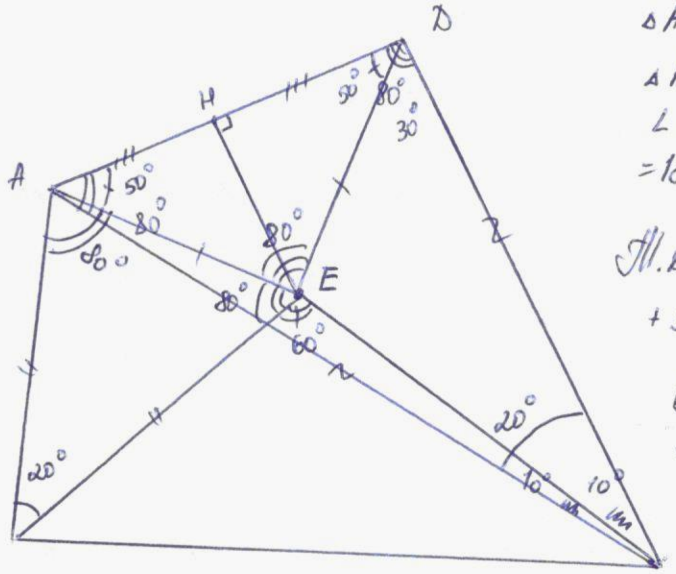
Задача 4.



Т.к. в $\triangle ABE$ $\angle BAE = \angle BEA = 80°$, то $BA = BE$, $\angle ABE = 180° - 2\cdot 80° = 20°$. Аналогично в $\triangle ACD$: $CA = CD$, $\angle ACD = 20°$.

$\triangle AED$ также равнобедренный, т.к. $\angle EAD = \angle EDA = 50°$, тогда $AE = ED$, $\angle AED = 180° - 2\cdot 50° = 80°$.

Т.к. $\angle CAD = \angle CAE + \angle EAD$, т.е. $80° = \angle CAE + 50°$, тогда $\angle CAE = 30°$.

Т.к. $\angle ADC = \angle ADE + \angle EDC$, т.е. $80° = 50° + \angle EDC$, тогда $\angle EDC = 30°$.

Построим высоту EH в $\triangle AED$, получим, что EH – высота, медиана и биссектриса в $\triangle AED$, т.к. $\triangle AED$ равнобедренный. Значит, $AH = HD$, $AH \perp HD$, следовательно, прямая EH – медиана и высота в $\triangle ACD$, т.е. $E \in CH$, и CH – медиана, высота и биссектриса в $\triangle ACD$. Тогда $\angle ACE = \angle DCE = 10°$.

В $\triangle AEH$: $\angle AEH = 40°$, тогда $\angle BEC = 180° - (\angle AEH + \angle AEB) = 180° - (40° + 80°) = 60°$.

По обобщённой теореме синусов: в $\triangle ABE$ $\dfrac{AE}{\sin 20°} = \dfrac{AB}{\sin 80°}$

$$AE = \frac{AB \sin 20°}{\sin 80°}$$

в $\triangle AEC$ $\dfrac{AE}{\sin 10°} = \dfrac{EC}{\sin 30°}$

$$AE = \frac{EC \sin 10°}{\sin 30°}$$

$$\left.\begin{aligned} \sin 20° &= 2\sin 10° \cos 10° \\ \sin 80° &= \sin(90° - 10°) = \cos 10° \\ \sin 30° &= \frac{1}{2} \end{aligned}\right\} \text{ тогда } \frac{AB \cdot \cancel{2}\,\cancel{\sin 10°}\,\cancel{\cos 10°}}{\cancel{\cos 10°}} = \cancel{2}\,EC\,\cancel{\sin 10°}$$

$$AB = EC$$

Т.к. $AB = BC$, то $BC = EC$. В $\triangle BEC$ $\angle BEC = 60°$ и $BE = EC$, следовательно, $\triangle BEC$ равносторонний.

т.ч.т.д.