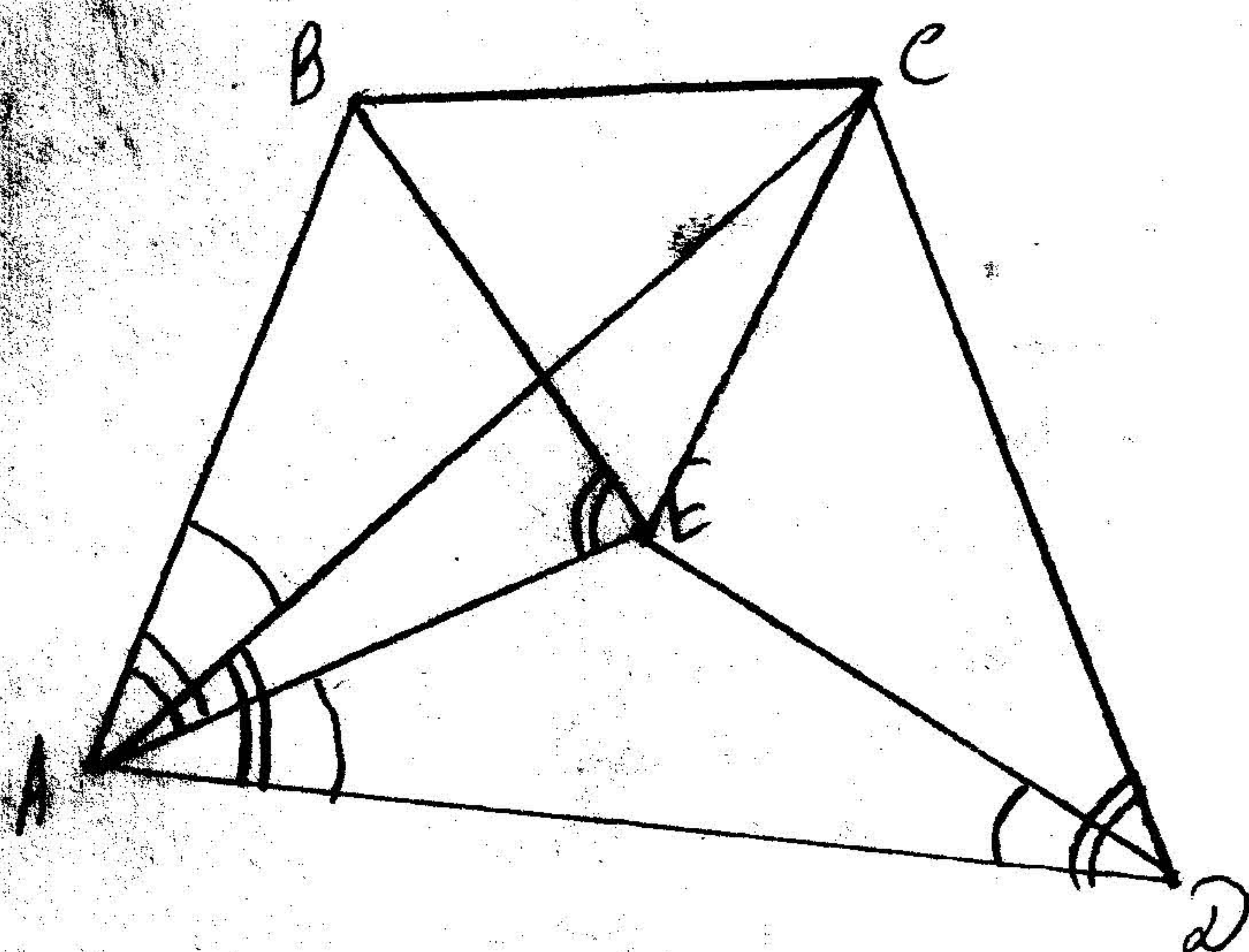


4



Дано: $\angle BAE = \angle BEA = 80^\circ =$
 $= \angle CAD = \angle CDA, \angle EAD = \angle EDA = 50^\circ$

$BE = CE = BC$

Доказательство:

$$\angle BAE = \angle BAC + \angle CAE; \angle CAD = \angle CAE + \angle EAD; \angle BAE = \angle CAD \Rightarrow \angle BAC = \angle EAD = \angle EDA = 50^\circ$$

$$\angle CAE = \angle CAD - \angle EAD = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

$$\angle CDE = \angle ADC - \angle ADE = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

Из $\triangle ABE$: $AB = BE$ (т.к. $\angle BAE = \angle BEA$)

Аналогично $AC = CD$ (из $\triangle ACD$); $AE = ED$ (из $\triangle AED$)

Рассмотрим $\triangle ACE$ и $\triangle CED$:

$$1) AE = ED$$

$$2) AC = CD$$

$$3) \angle CAE = \angle CDE = 30^\circ$$

$$\triangle ACE = \triangle CED \Rightarrow \angle ACE = \angle CDE = \frac{1}{2} \angle ACD$$

$$\text{Из } \triangle ACD: \angle ACD = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ \Rightarrow \angle ACE = \angle CDE = 10^\circ$$

$$\text{Из } \triangle ACE: \angle CEB = 180^\circ - 30^\circ - 10^\circ - 80^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Из } \triangle CED: \angle CED = 180^\circ - 30^\circ - 10^\circ = 140^\circ$$

Из $\triangle CED$ по теореме синусов:

$$\frac{ED}{\sin 10^\circ} = \frac{EC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow ED = \frac{EC \cdot \sin 10^\circ}{\sin 30^\circ} = 2EC \cdot \sin 10^\circ$$

Из $\triangle ABE$ по теореме синусов:

$$\frac{BE}{\sin 80^\circ} = \frac{AE}{\sin 20^\circ} \Rightarrow AE = \frac{BE \cdot \sin 20^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$AE = ED \Rightarrow 2EC \cdot \sin 10^\circ = \frac{BE \cdot \sin 20^\circ}{\sin 80^\circ} \Rightarrow \frac{EC}{BE} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 80^\circ \cdot 2 \cdot \sin 10^\circ} = \frac{2 \sin 10^\circ \cdot \cos 10^\circ}{\sin(90^\circ - 10^\circ) \cdot 2 \cdot \sin 10^\circ} =$$

$$\frac{\cos 10^\circ}{\sin 90^\circ \cdot \cos 10^\circ - \sin 10^\circ \cdot \cos 90^\circ} = \frac{\cos 10^\circ}{\sin 90^\circ \cdot \cos 10^\circ} = 1 \Rightarrow EC = BE$$

$$\text{Из } \triangle BEC: EC = BE, \angle BEC = 60^\circ \Rightarrow \angle BEC = \angle ECB = \angle EBC = 60^\circ \Rightarrow BE = EC = BC$$

$\Rightarrow \triangle BEC$ - равносторонний. т.т.т.

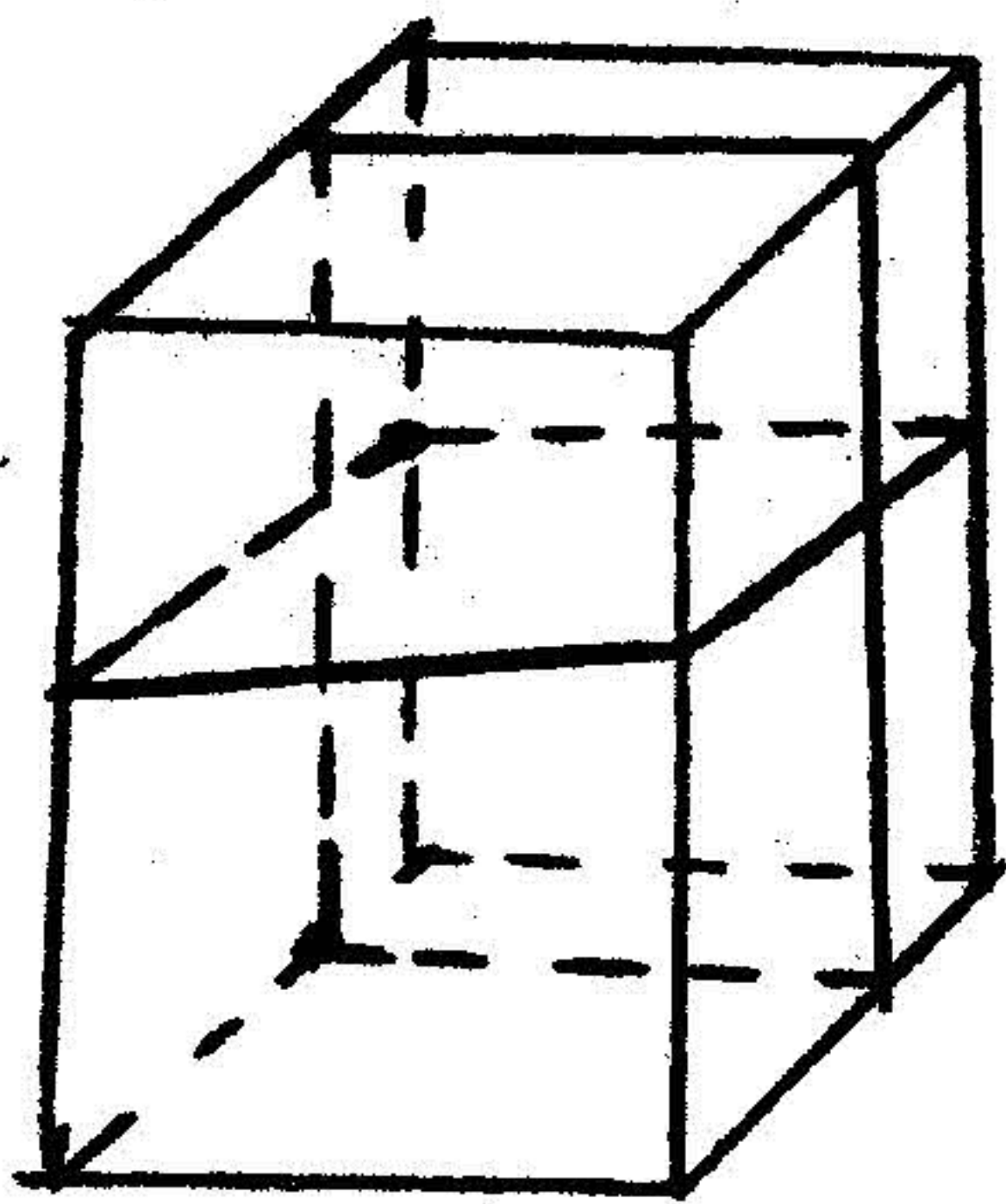
$\sqrt{1}$ Заметим, что $\operatorname{tg} x$, при $x \in (0^\circ; 90^\circ) > 0$, а при $x \in (90^\circ; 180^\circ) < 0$, tg максимален на промежутке от 89° до 90° . Если угол $< 89^\circ$, то $\operatorname{tg} < 1000$, значит для необходимой суммы один из углов должен быть равен значению промежутка от 89° до 90° . Допустим, что этот угол не наибольший, значит существует угол промежутка от 90° до 91° , но в этом промежутке модуль tg максимален, а значение tg отрицательно, значит если присутствует угол от 89° до 90° и угол от 90° до 91° , то сумма их $\operatorname{tg} < 0$, значит такого быть не может. Значит угол промежутка от 89° до 90° наибольший. Значит, наибольший угол равен 89° (с точностью до 1°), т.к. 90° он не может быть равен, т.к. $\operatorname{tg} 90^\circ$ не существует.

Ответ: 89° .

$\sqrt{2}$ Делая первый разрез, мы разрезаем куб на 2 пар-да, у которых два параметра равны, а третий отличается от первых двух, поэтому нам необходимо разрезать каждый из них еще на два (для того чтобы все параметры были различны). В итоге получаем четыре пар-да. Теперь докажем, что на 2 и 3 разрезать нельзя. Если мы разрезаем всего на 2 пар-да, то получаем пар-ды, у которых два параметра равны, но все параметры должны быть различны, значит на два нельзя. Докажем, что нельзя разрезать на три. Разрезать на 3 можно двумя способами: разрезать на две части, а затем одну из них еще на две (но тогда изначально получившаяся часть, которую мы не разрезали, будет иметь два равных параметра), и можно куб разрезать на 3 пар-да параллельными разрезами (но тогда у них два параметра будут равны), значит на 3 разрезать нельзя. Значит, минимум четыре части. А этого легко добиться сделав два перпендикулярных друг другу разреза (параллельных сторонам), которые разбивают стороны не на равные части.

На рисунке изображен примерный вид разрезов:

Ответ: на 4.



15. Посчитаем кол-во сетов каждой сложности:
 кол-во сетов сложности 0 = 0, т.к. все три числа должны быть одинаково.

Кол-во сетов сложности 1 = $4 \cdot 3^3$, т.к. номер разряда, в котором все цифры различные можно выбрать из 4-х, а расставить цифры в оставшиеся клетки 3^3 .

Кол-во сетов сложности 2 = $6 \cdot 3^2 \cdot \frac{6 \cdot 6}{6} = 2^2 \cdot 3^4$, т.к. выбрать места разрядов, в которых числа различные можно из $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$, расставить числа в оставшиеся клетки можно 3^2 способами. Два ряда с различными цифрами можно выбрать из $\frac{6 \cdot 6}{6} = 6$, где каждая тройка задается 6-ю вариантами, среди которых ровно 6 одинаковых (когда ряды меняются местами).

Кол-во сетов сложности 3 = $3 \cdot 3 \cdot \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{6} = 2^2 \cdot 3^4$, т.к. выбрать разряды, в которых числа различные, можно из 3 (123, 134, 234), на оставшиеся места можно поставить число от 1 до 3. Каждая тройка различных чисел имеет 6 вариантов а ровно 6 одинаковых вариантов (когда ряды меняют местами).

Кол-во сетов сложности 4 = $\frac{6^4}{6} = 2^3 \cdot 3^3$, т.к. столбец можно выбрать из 6-и, и ровно 6 вариантов одинаковых (когда столбцы переставляют).
 Теперь можно сделать вывод, что в игре больше всего сетов сложности 2 и 3.

13. Показано, что $n \not\equiv 1/2$, т.к. если $n \equiv 2$, то $2^n + n^{2016} \equiv 2$, при $n=1$ $2^1 + 1^{2016} = 3$ (простое). Теперь рассмотрим $n \geq 3$:

$n^{2016} \equiv 1$ или $0 \pmod{3}$, т.к. $a^2 \equiv 1$, если $a \not\equiv 3$ и $a^2 \equiv 0$, если $a \equiv 3$
 $2^n \equiv 2$, т.к. n - нечет. Если $a \not\equiv 3$, то $n^{2016} + 2^n \equiv 1 + 2 \equiv 0 \pmod{3}$, чего не может быть, значит $n \equiv 3$, тогда $n^{2016} + 2^n \equiv 2$, тогда

$$2^{3k} + (3k)^{2016} = 3s + 2 \Rightarrow 2 + 0 \equiv 3s + 2 \pmod{3k} \Rightarrow 3s \equiv 3k \Rightarrow s \equiv k$$

~~$$2(2^{3k-1} - 1) + 3 \cdot k^{2016} = 3s \quad 2^{3k} + (3k)^{2016} = 3kt + 2$$~~

$$2(2^{3k-1} - 1) = 3k(t - (3k)^{2015}) \Rightarrow 2^{3k-1} - 1 \equiv 3k,$$

$$t - (3k)^{2015} \equiv 2 \Rightarrow \text{не существует таких } k$$

Ответ: при $n=1$.