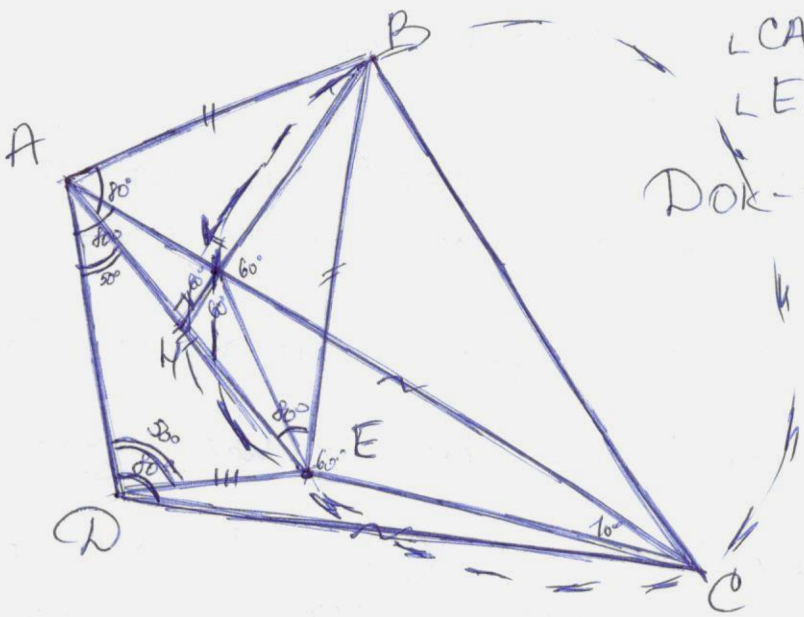
Задача №4.

Дано: $\angle BAE = \angle BEA = 80^\circ$.
$\angle CAD = \angle CDA = 80^\circ$
$\angle EAD = \angle EDA = 50^\circ$.

Док-ть: $\triangle BEC$ – равнос-я.



Док-во:

В $\triangle ABE$ опустим высоту BH. $BH \cap AC = K$.

$\angle EAC = \angle DAC - \angle DAE = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ \Rightarrow$ в $\triangle AKH$:

$\angle AKH = 90^\circ - \angle KAH = 60^\circ$. Точка $K \in$ высоте равноб. $\triangle$-ка,

$\Rightarrow \triangle AKE$ – также равноб. и KH – высота и бисс. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AKH = \angle HKE = 60^\circ$

$\angle BKC = \angle AKH = 60^\circ$ – как вертик.

В $\triangle ACD$: $\angle ACD = 180^\circ - 2 \cdot \angle CAD = 20^\circ$. Прямая CE – бисс., т.к. $\triangle AED$ – равноб. и $\triangle ACD$ – равноб. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACE = \angle ECD = \angle ACD / 2 = 10^\circ$.

$\angle BEC = 180^\circ - \angle CAE - \angle AEB - \angle ACE = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ - 10^\circ = 60^\circ$.

$\angle BKC = \angle BEC = 60^\circ$ Выходит, отрезок BC виден из 2х разных точек под одним углом $\Rightarrow$ около этих 4ех точек можем описать окр-ть.

Описали окр-ть около 4ехуг-ка $KBCE$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BKE + \angle BCE = 180^\circ$

$\angle BKE = \angle BKC + \angle CKE = (180^\circ - \angle BKC - \angle EKH) + \angle CKB = (180^\circ - 60^\circ - 60^\circ) + 60^\circ = 120^\circ$

$\angle BKE + \angle BCE = 180^\circ \Rightarrow \angle BCE = 180^\circ - \angle BKE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

Получаем, в $\triangle BEC$: $\angle BEC = \angle BCE = 60^\circ \Rightarrow \angle EBC$ также $= 60^\circ$ и $\triangle BEC$ – равносторонний.

Ч.Т.Д.