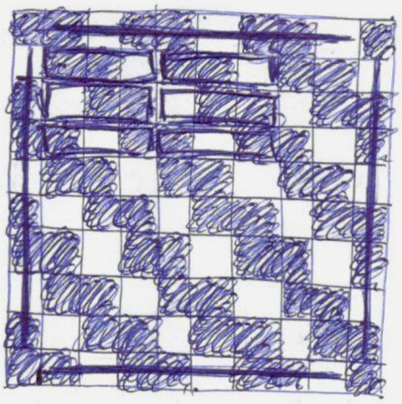
Задача №1.

Разберем задачу на примере доски 10×10.



Нам нужно как можно больше синих равновесных клеток. Поэтому, самая опти-мальная раскраска будет такой (на рис.)

Заметим, что не уд. условию клетки, лежащие по краям доски (кроме угловых), т.к. количество их соседних клеток = 3, т.е. не может быть одинаковое число синих и белых клеток, вычеркнем их. Кол-во синих уд-их клеток равно 45, что сост. 44% от кол-ва всех клеток доски 10×10.

По условию 1000000 клеток всего, нужно более 600000 уд-их синих клеток, т.е более 60%. Разобьем в этой таблице 10×10 каждую строку по 3ам, как показ. на рис. В каждой такой 3ке две синие равновесные клетки. Посчитаем их кол-во в общем виде, взяв сторону доски за n. В данном случае $(n-2) \equiv 2 \pmod 3$. Т.е. $((n-2)-2) \vdots 3$. Тогда всего синих уд-их клеток: $(n-2)-2) \cdot \frac{2}{3} \cdot (n-2)$. Где $\frac{2}{3}$ – кол-во синих клеток в 1ой тройке, а $(n-2)$ – кол-во строк. Значит, как минимум такое кол-во синих клеток будет на доске + еще остаток. Посчитаем теперь для данного $n = 1000$.

$$(n-4) \cdot \frac{2}{3} \cdot (n-2) = \overset{332}{\cancel{996}} \cdot \frac{2}{\cancel{3}} \cdot 998 = 664 \cdot 398 = 662672.$$

Получим, что на доске 1000×1000 как минимум 662672 равновесных синих клеток при такой раскраске, а 662672 > 600000 – уд.

Ответ: можно.