$n^{2016}+2^n \equiv 1+2 \pmod 3$

$2^n+n^{2016} \equiv 0 \pmod 3$

т.е. число составное, исключение при $n=1$ $2+1=3$ - простое.

II случай $n \equiv 2 \pmod 3$

$n \equiv -1 \pmod 3$

$n^{2016} \equiv 1 \pmod 3$

$2^n+n^{2016} \equiv 0 \pmod 3$ - составное.

III случай $n \equiv 0 \pmod 3$

Тогда пусть $n=3k$, $k \in N$

$2^{3k}+(3k)^{2016}=2^{3k}+((3k)^{672})^3=(2^k+(3k)^{672})(2^{2k}-2^k\cdot(3k)^{672}+(3k)^{672\cdot 2})$

Чтоб число было простое, один из множителей должен быть равен 1. $2^k+(3k)^{672} \neq 1$, т.к. $k \geq 1$

$2^{2k}-2^k\cdot(3k)^{672}+(3k)^{672\cdot 2}=1$

Решим квадратное ур-е относительно 2^k

$2^{2k}-2^k\cdot(3k)^{672}+(3k)^{672\cdot 2}-1=0$

$D=(3k)^{672\cdot 2}-4\cdot(3k)^{672\cdot 2}+4=4-3\cdot(3k)^{672\cdot 2}$

$k \geq 1 \Rightarrow D<0$

$2^{2k}-2^k\cdot(3k)^{672}+(3k)^{672\cdot 2} \neq 1$

$n=1$ - единств.-е подходящее число

Ответ: $n=1$.