

№ 1.

Ответ: 89.

Если $\angle A = 90^\circ$, то $\operatorname{tg} A$ не существует $\Rightarrow$ мы не можем найти сумму тангенсов. Если $\angle A > 90^\circ$, то $\operatorname{tg} A$ отрицательный, а $\operatorname{tg} B < |\operatorname{tg} A|$ и $\operatorname{tg} C < |\operatorname{tg} A|$, т.к. $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, а $\sin A$ ~~наибольший~~ наибольший для угла при вершине A по теореме синусов. Без обиды $\operatorname{tg} B > \operatorname{tg} C$ тогда $\operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C + \operatorname{tg} A < \operatorname{tg} C < \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (т.к. если $\angle A > 90^\circ$, то $\angle B$ и $\angle C < 90^\circ$ и меньший из них меньше 45°) $\Rightarrow$ все углы острые, а наибольший приближен к 90° , т.к. чем больше угол, тем больше его tg (на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$ $\sin x \nearrow$, $\cos x \searrow \Rightarrow \operatorname{tg} x \nearrow$).

№ 2.

$2^n + n^{2016}$ — простое число

$n = 1$ $2^1 + 1^{2016} = 3$ — простое.

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7.$$

$n \not\equiv 2$, т.к. иначе $2^n + n^{2016} : 2$ и больше 2 $\Rightarrow$ не простое

$n \not\equiv 3$, т.к. иначе $2^{3k} + (3k)^{2016} = (2^k + 3k^{\frac{2016}{3}}) (2^{2k} - 2^k \cdot 3k^{\frac{2016}{3}} + 3k^{\frac{2 \cdot 2016}{3}})$
 делится на $2^k + 3k^{\frac{2016}{3}} > 1$.

$n \not\equiv 7$, т.к. иначе $2^{7k} + (7k)^{2016} = (2^k + 7k^{\frac{2016}{7}}) (2^{6k} + \dots + 7k^{6 \cdot \frac{2016}{7}})$
 $2^n + n^n : 2 + n$ при нечетном n .

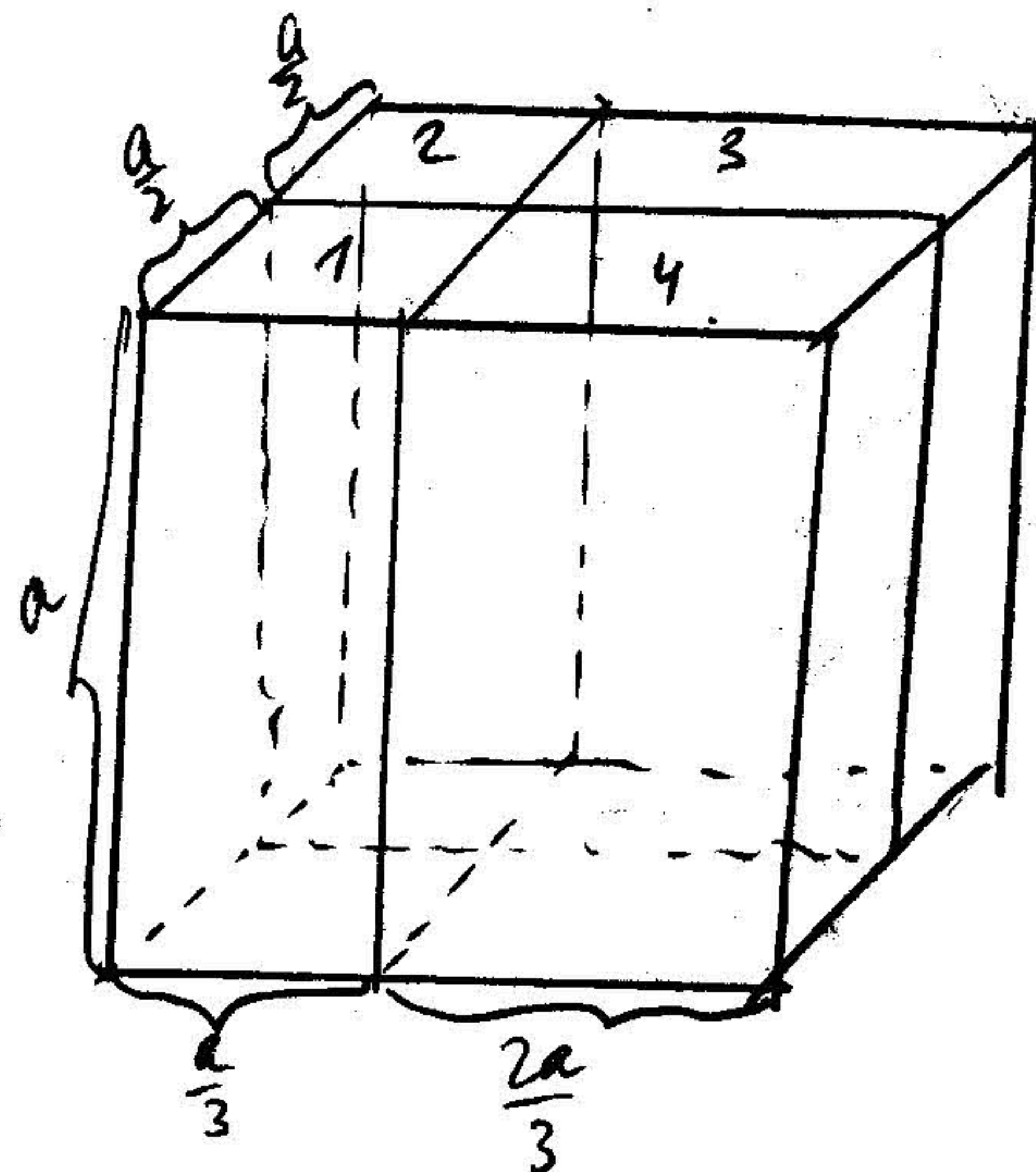
Ответ: 4

Пример: размеры куба: a, a, a

размеры парал. 1 и 2: $\frac{a}{2}, \frac{a}{3}, a$

размеры парал. 3, 4 и 5: $\frac{a}{2}, \frac{2a}{3}, a$

Оценка:



Из каждой вершины куба выходит 3 ребра. Т.к. ребра ~~параллельны~~ параллельны, выходящие из одной вершины, должны быть разными (они задают его размеры), знача, нам нужно разрезать хотя бы 2 ребра, выходящих из каждой вершины параллельно, то есть $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8$ хотя бы 8 ребер

(делим на 2 т.к. у каждого ребра 2 конца (вершины) и на 2 вершины)

т.к. нам нужно разрезать параллельно этим самым ребрам (т.к. параллельно), это не меньше 2 сечения, при этом не параллельных друг другу (если так, то мы разрезаем всего 4 ребра по каждому по 2 раза) => эти два сечения перпендикулярны друг другу, пересекаются внутри и делят куб на 4 части.

Будем обозначать сетки следующим образом:
 - буквами лат. алфавита позиции, в к-ых все 3 числа
 содержат одну цифру

- * - позиции, в к-ых все 3 числа содержат разные цифры

Например: 1232, 2213, 3221 : * а * * - сет плотности 3.

Рассчитаем кол-во сетов каждой плотности.

Плотность 0: авед.

кол-во сетов 0, т.к. эти три числа совпадают, а

сет состоит из 3 различных

Плотность 1: ~~авед~~ аве* ав*с а*ве *аве.

кол-во сетов = 4 · кол-во сетов вида аве*

кол-во сетов вида аве* = кол-во комбинаций вида аве*

* кол-во комбинаций * = $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1$ (т.к. на месте *
 в трех разных ~~числах~~ числах сета стоят 1, 2, 3, т.е. каждая
 число сета по аве1, аве2, аве3).

Итого: $4 \cdot 3^3 = 2^2 \cdot 3^3$

Плотность 2: ав** - вариантов поставить две звездочки
 в 4 позиции числа равно $C_4^2 = 6$.

кол-во сетов = 6 · кол-во сетов вида ав** =

= $6 \cdot (\text{комб ав}) \cdot (\text{комб **}) = 6 \cdot (3 \cdot 3) \cdot (\text{комб **})$.

~~комб~~ Упорядочим комб. ** по первому символу в
 каждой паре **: $\boxed{1}$ * - 3 варианта (1, 2, 3)

$\boxed{2}$ * - 2 оставшихся

Итого: $6 \cdot (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 2) = 2^2 \cdot 3^4$

Плотность 3: а*** - вар. поставить 3* в 4 позиции - 4.

кол-во сетов = 4 · (комб а) · (комб ***) = $4 \cdot (3) \cdot (\text{комб ***})$.

комб *** считаем тем же путем. $\boxed{1}$.*.* = 3 · 3 вар.

$\boxed{2}$.*.* = 2 · 2 вар

$\boxed{3}$.*.* = 1 · 1 вар.

Итого: $4 \cdot (3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1) = 2^4 \cdot 3^3$

Плотность 4: ****

кол-во сетов = комб **** = $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2^3 \cdot 3^3$

~~2² · 3³ < 2² · 3⁴, 2³ · 3³ < 2⁴ · 3³, 2² · 3⁴ < 2⁴ · 3³~~
 $3^4 < 2^2$

Ответ: наиб. кол-во сетов плотности 3.

$$\angle DAE = \angle BEA = 80^\circ$$

$$\angle CAD = \angle CDA = 80^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = 50^\circ$$

$$\angle ABE = 180 - 2 \cdot 80 = 20^\circ$$

$$\angle BCA = 180 - 2 \cdot 80 = 20^\circ$$

$$\angle DEA = 180 - 2 \cdot 50 = 80^\circ$$

$\triangle DAE, \triangle ABE, \triangle BEA$ -

равнобедр.

E лежит на серединном перпен.

к AD, E тоже лежит на сер. перп.

к AD, так по равнобедр. фигу. $\Rightarrow$

CE - медиана, высота (а также бис.) в $\triangle CDA$

$$\angle DCE = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ = \angle ECA$$

$$\angle DEC = 180 - \angle EDC - \angle ECD = 180 - (\angle ADC - \angle ADE) - 10^\circ = 180 - 80^\circ + 50^\circ - 10^\circ = 140^\circ$$

$$\angle BEC = 360^\circ - \angle AEB - \angle DEA - \angle DEC = 360^\circ - 80^\circ - 80^\circ - 140^\circ = 60^\circ$$

исстроим окружность с центром в точке B и радиусом

$AB = EB$. $\angle ABE = 20^\circ \Rightarrow$ вписанный угол, опирающийся на

дугу AE будет равен $\frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$. $\angle ECA = 10^\circ \Rightarrow \angle ECA$ - вписанный

$\Rightarrow$ E принадлежит этой окружности

Тогда $EB = BC$ и $\triangle EBC$ - равнобедр. с углом $60^\circ \Rightarrow$

он равносторонний.

Ч.т.д.

