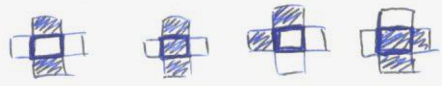
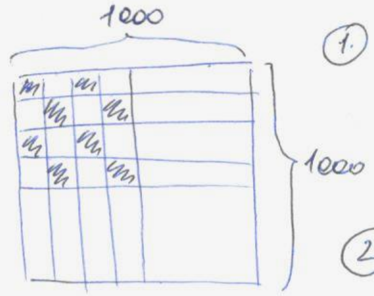
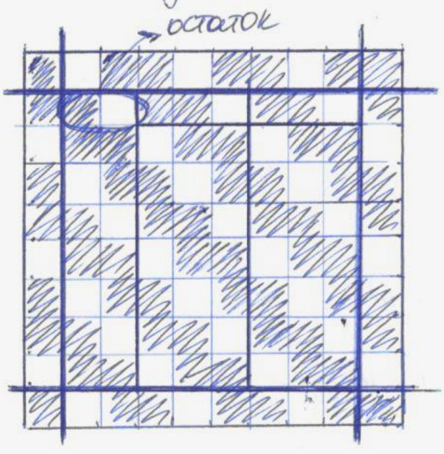
№1. Варианты равновесных клеток: 



1.  Попробуем раскрасить клетки в шахматном порядке (т.е. через одну). Такая раскраска не подходит, т.к. не будет ни одной равновесной клетки.

2.  Такая раскраска нам тоже не подходит, т.к. равновесных синих клеток будет всего $500000 < 600000$.

Попробуем раскрашивать по две синих клетки рядом. Перепробовав различные варианты, приходим к тому, что самой оптимальной раскладкой будет следующая . Нам нужно раскрасить доску размером 1000×1000. В ней будет 10 000 квадратов размером 10×10. Рассмотрим такой квадрат; аналогичный большому:



При такой раскраске крайние клетки не подходят, т.к. у них нечётное число соседей, кроме двух угловых.
Получаем, что в квадрате 10×10 остаётся $8 \times 8 = 64$ клетки.
В каждой строчке каждые 2 клетки из 3х будут равновесными (это видно, если разделим этот квадрат на тройки в каждой строчке). Остаётся часть, состоящая из 2х клеток.

Тогда посчитаем кол-во равновесных клеток: $a = \underbrace{\tfrac{2}{3}}_{\text{кол-во/синих клеток}} \cdot \underbrace{8}_{\text{кол-во строчек}} \cdot \underbrace{(8-2)}_{\text{часть} : 3} = 32$.

Аналогично можем посчитать и для большого квадрата:

$$a = \frac{2}{3} \cdot 998 \cdot (998-2) = \frac{2}{3} \cdot 996 \cdot 998 = 2 \cdot 332 \cdot 998 = 664 \cdot 998 = 662672 > 600\,000.$$

Ответ: можно раскрасить.

№3.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ |x-y| < 1 \\ |y - z| < 1 \end{cases}$$

$(x-0)^2 + (y-0)^2 = (\sqrt{5})^2$ — т.к. пространство трёхмерное, а координата z в этом уравнении никак не задана, то мы получаем, что ему удовлетворяет цилиндрическая поверхность радиуса $\sqrt{5}$.

$|x-y| < 1$

$$\begin{cases} x-y<1, \ x-y \geq 0 \\ -x+y > 1, \ x-y < 0 \end{cases}$$