$\angle BCE + \angle BFE = 180°$

$\angle BCE + 120° = 180°$

$\angle BCE = 60°$

Получаем, что в $\triangle BEC$: $\angle BEC = 60°$; $\angle BCE = 60°$; $\angle EBC = 180° - 60° - 60° = 60°$.

Значит $\triangle BEC$ – равносторонний.

т.г.т.д.

№2.

$n \in N$

Док-ть: $2^n + n^{2016}$ – простое

Начнём проверять с $n=1$ и т.д.:

$n=1$: $2^1 + 1^{2016} = 2+1 = 3$ – уд.

$n=2$: $2^2 + 2^{2016} = 2(2 + 2^{2015}) \vdots 2 \Rightarrow (2^n + n^{2016}) \vdots 2$ при $n=2$ – не уд.

$n=3$: $2^3 + 3^{2016} = 2^3 + (3^{672})^3 = (2+3^{672})(2^2 + 2 \cdot 3^{672} + (3^{672})^2)$

$n=4$: $2^4 + 4^{2016} = 4(2^2 + 4^{2016}) \vdots 4 \Rightarrow$ не простое – не уд.

$\vdots 2$

Получаем, что при любом чётном n: $n = 2l$; число $(2^n + n^{2016}) \vdots 2$ – всегда $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ не является простым. Значит для того, чтобы условие выполнялось, нужно чтобы n – было нечётным числом: $n = 2l+1$.

$n = 3l+1$: $(2^{3l+1} + (3l+1)^{2016}) \vdots 3$

$2 \equiv -1 \pmod 3$ $\qquad (3l+1) \equiv 1 \pmod 3$

$2^{3l+1} \equiv -1 \pmod 3$ $\qquad (3l+1)^{2016} \equiv 1 \pmod 3$

$2^{3l+1} + (3l+1)^{2016} \equiv -1+1 \equiv 0 \pmod 3 \Rightarrow$ не простое – не уд.

Возьмём, что $n = 3l$: $2^l + (3l)^{2016} = (2^l)^3 + ((3l)^{672})^2 = (2^l + (3l)^{672})(2^{2l} + 2^l (3l)^{672} + ((3l)^{672})^2)$

При $n \geq 3$ получаем, что $2^n + n^{2016}$ можно разложить на множители.

Чтобы при $n = 3l$: $(2^l + (3l)^{2016})$ – было простым, необходимо чтобы:

либо $\begin{cases} 2^l + (3l)^{672} = 1 \\ 2^{2l} + 2^l \cdot (3l)^{672} + ((3l)^{672})^2 = m \end{cases}$ (1) либо $\begin{cases} 2^l + (3l)^{672} = m \\ 2^{2l} + 2^l \cdot (3l)^{672} + ((3l)^{672})^2 = 1 \end{cases}$ (2)

где m – некое простое число.

В (1) системе:

При $l=0$: $2^0 + 0 = 1$. Значит, т.к. $l \in N$, то при $l>0$: $2^l + (3l)^{672} > 1$, т.е. никогда не равно 1.

Во (2) системе: при $l=0$: $2^{2l} + 2^l (3l)^{672} + ((3l)^{672})^2 = 2^0 + 0 + 0 = 1$, но при $l \in N$: $2^{2l} + 2^l \cdot (3l)^{672} + ((3l)^{672})^2 > 1$ всегда. Аналогично будет происходить и с любым разложением при $n \geq 3$. Т.е. наше число не будет простым. Таковым оно будет являться только при $n=1$: $2+1=3$.

Ответ: $n=1$.