

Международная математическая олимпиада
 "Григорий Сиднев" / "Премия тысячелетия"
 2015/2016 год, Втором туре.

Задача для 6 класса

Задача №1

Например, вот так:



✓ - белый цвет

□ - черный цвет

Задача №2

① Найдите площадь пола в комнате:

$$12 \cdot 12 = 144 (\text{дм}^2)$$

Площадь мозаики 1 доски равняется:

$$144 : 64 = 2,25 (\text{дм}^2).$$

$$\begin{array}{r} 14464 \\ - 123225 \\ \hline 160 \\ - 128 \\ \hline 320 \\ - 320 \\ \hline 0 \end{array}$$

② Пусть в 1 армине x вершков.
Тогда составим уравнение:
(масса 1 доски)

$$\frac{6 \cdot 6}{x} = 2,25 \Leftrightarrow$$

армины

$$\Leftrightarrow \frac{36}{x} = 2,25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 36 : 2,25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 16 \text{ (штык)} \\ \text{(вершков)}$$

$$\begin{array}{r} 3600 \overline{) 225} \\ \underline{225} 16 \\ 1350 \\ \underline{1350} \\ 0 \end{array}$$

Ответ: в 1 армине 16 вершков.

Задача 15

① Выпишем все цифры, не кратные 3:

1; 2; 4; 5; 7; 8
в штык

② Пусть x — это одна из этих цифр,
тогда кол-во чисел (пятизначных)*, в которых
 x стоит на I месте ($\begin{smallmatrix} x & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} \end{smallmatrix}$) равняется:

6⁴ / чисел

*которые не являются
лишними

Потому, что на остальные 4 места мы можем поставить 1 из шести цифр.

Это же справедливо и для других позиций цифры x . Следовательно, если сложить вместе все цифры x в пятизначных числах, которые правятся ладием, то получится:
 $x \cdot (6^4 \cdot 5)$.

- ② Следовательно деловая сумма цифр всех пятизначных чисел, которые правятся ладием равняется:

$$(1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8) \cdot (6^4 \cdot 5) = 27 \cdot 5 \cdot 6^4 =$$
$$= 135 \cdot 1296 = 174960$$

Ответ: 174960.

Задача №4

- ① Очевидно, что "разрезать куб на 1 часть" (оставить как было) бесполезно. (все размеры равны).
- ② Пусть мы разрежем куб на x типовых параллелепипедов.

(Заметим, что в решении мы говорим о прямых углах параллелепипеда.)

Заметим, что мы должны разрезать под прямым углом, относительно граней этого куба. Очевидно, что параллелепипеды имеют только 1 грань соприкосновения;

(на рисунке (вид сверху):



И вправду, если

такая грань будет больше, то хотя бы одна часть не будет прямоугольником параллелепипедом. Но, если соблюдем все эти правила, то хотя бы два измерения у каждого из них будут равны, ведь мы разрезаем в 1 измерении. $\square$

③ Пусть мы разрежем куб на 3 нечетных параллелепипеда.

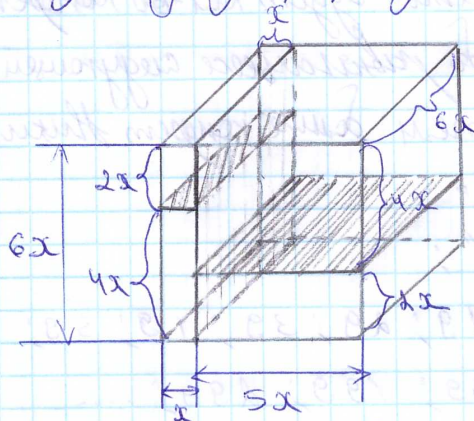
Очевидно, что разрезание на 3 параллелепипеда, можно заменить разрезанием на 2 параллелепипеда, а потом разрезанием одного из них еще на два.

1) После первого разрезания, как мы уже

Здесь из предыдущего пункта, у каждого из параллелепипедов будут равны хотя бы 2 измерения. Но мы можем разрезать только 1 часть ещё на две, следовательно 1 из параллелепипедов не будет типовым. $\downarrow$

④ Пример на 4 типовых прямоугольных параллелепипеда;

Пусть у куба ребро длины $6x$ ($x \in \mathbb{N}$), тогда



Параллелепипеды;

- 1) $2x \times 6x \times x$
- 2) $4x \times 6x \times x$
- 3) $2x \times 6x \times 5x$
- 4) $5x \times 6x \times 4x$

(куб) $(6x \times 6x \times 6x)$

Ответ: на 4 штуки.

Задача 13
Решение:

5

① Рассмотри:

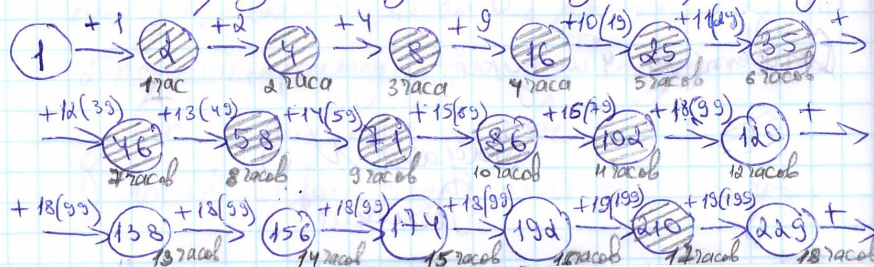
Будем всегда лопать в банку число конкрет
с наибольшей суммой цифр. Таким образом
Никита получит наибольшее кол-во конкрет.

И Вывод: если выделить "отрывные
точки", которые будут иметь наибольшую
сумму цифр среди чисел от рассматриваемой
"точки" вплоть до следующей, то тем
быстрее у Никиты будет кол-во конкрет
увеличаться либо сравняется с следующей
"отрывной точкой", тем больше конкрет Никита
может получить.

"Отрывные точки":

2, 4, 8, 9, 19, 29, 39, 49, 59,
69, 79, 89, 99, 199, 299, ...

② Таким образом получим такую картину:



$$+19(199) \rightarrow (248) \xrightarrow{+19(199)} (267) \quad (\text{кондрет})$$

197a10b 202a10b

+ сумма цифр числа $n(n)$

 — переход к/через новую „опорную точку“

③ Следовательно максимальное кол-во кондрет — 267 штук,

Ответ: 267 кондрет.

7