

1) $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25 = 1000$

Ответ: 1, 2, 4, 5, 25

2) 1- первый прямоугольник; 2- второй a_1, a_2 - горизонтальные стороны b_1, b_2 - вертикальные

$a_1 \cdot b_1 = 2015$ $a_1 > b_1$
 $a_2 \cdot b_2 = 2016$ $a_2 < b_2$

Общая Площадь общей части = $b_1 \cdot a_2$, следовательно, чтобы она была наибольшей, b_1 и a_2 должны быть наиб. $\Rightarrow b_2$ и a_1 наим. Площадь

$a_1 \cdot b_1$ должны быть как можно меньше ($b_2 - a_2$ макс).

2015
 $\begin{array}{r|l} 5 & 403 \\ 13 & 31 \\ 31 & 1 \end{array}$

$2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$

2016
 $\begin{array}{r|l} 2 & 1008 \\ 2 & 504 \\ 2 & 252 \\ 2 & 126 \\ 2 & 63 \\ 3 & 21 \\ 3 & 7 \\ 7 & 1 \end{array}$

$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$

В данном случае разница наименьшая при $a_2 = 3 \cdot 7 \cdot 2$ и $b_2 = 2^4 \cdot 3$

(метод перебора)

В данном случае разница $a_1 \cdot b_1$ наименьшая при $b_1 = 31$ $a_1 = 5 \cdot 13$
 (метод перебора)



макс. Площадь общей части = $31 \cdot 42 = 1302$

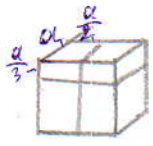
Ответ: 1302 клетки.

3) Ответ: на 4 параллелограмма.

Предположим, что можно разделить на 2. Это можно сделать разрезав куб по плоскости, параллельной одной из сторон, но тогда площадь будет равен этой стороне \Rightarrow будет квадратным \Rightarrow 2 стороны равны.

Предположим, что можно разрезать на 3. Для этого разрежем на 2 (см. выше) и мы можем один из получившихся параллелограммов мы можем поделить еще на 2, но с другой стороны ничего не делаем \Rightarrow стороны все еще квадратная \Rightarrow 3 ребра равны.

Пример:



4) Числа, пишущиеся латинскими буквами состоят только из 6 цифр: 1, 2, 4, 5, 7, 8.
 Поесть всего таких чисел: на чел-во десятков тысяч 6 цифр,
 на чел-во тысяч 6 цифр, на чел-во сотен 6, на чел-во единиц 6.

Поесть всего перестановок этих 6 цифр в 6 разрядов: $6^5 = 7776$
 Пусть $7776 \cdot x$, x - любое число из списка 1, 2, 4, 5, 7, 8

x в десятичных тысячах встречается в каждом шестом числе,
 в тысячах так же в каждом шестом числе, в сотнях, десятках, еди-
 ницах так же. Поесть число x всего встречается в $5 \cdot \frac{1}{6} \cdot 7776 =$
 $= \frac{5}{6} \cdot 7776$. Поесть каждая цифра из списка встречается

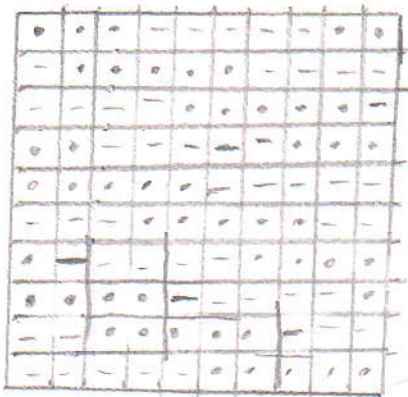
в $\frac{5}{6} \cdot 7776$. Поесть сумма будет равна $1 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 + 2 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 + 4 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 + 5 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 +$
 $+ 7 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 + 8 \cdot \frac{5}{6} \cdot 7776 = \frac{5}{6} \cdot 7776 + \frac{10}{6} \cdot 7776 + \frac{20}{6} \cdot 7776 + \frac{25}{6} \cdot 7776 + \frac{35}{6} \cdot 7776 + \frac{40}{6} \cdot 7776 = \frac{135}{6} \cdot 7776 = 22.5 \cdot 7776$

Поесть сумма всех цифр: $22.5 \cdot 7776 = 174960$

Ответ: 174960

"Правильности"

5) Максимум можно захватить 98×98 клеток (края и углы никак не
 могут быть равновесными т.к. вокруг них нечет. число клеток)
 Для этого расширивать нужно по такой стратегии:



- - Белый цвет (или наоборот)
- Синий цвет (или наоборот)

Далее каждой квадрат 10×10 повторяется 10 раз.
 или получаем, что каждая клетка кроме краёв
 и углов равновесная. При увеличении 1 угловой
 клетки равновесие теряют 4 клетки; при увеличе-
 нии одной "крайней" клетки равновесие теряют

3 клетки; при увеличении одной центральной клетки равновесие
 теряют 8 клеток. Следовательно n может быть в любом
 натуральном числе от 0 до $9604 (98 \times 98)$

Ответ: ~~n~~ n может быть любым натуральным числом
 от 0 до 9604 (включительно)