№1.

Пусть x – ширина пруда, y – длина, тогда:

$$\begin{cases} xy\cdot(1-0{,}202)=(x-20)(y-20) \\ xy\cdot(1-0{,}202-0{,}186)=(x-40)(y-40) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}798xy=xy+400-20y-20x \\ 0{,}612xy=xy+1600-40y-40x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -0{,}202xy=400-20(x+y) \\ -0{,}388xy=1600-40(x+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -0{,}404xy=800-40(x+y) \\ -0{,}388xy=1600-40(x+y) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}016xy=800$$

В 1-ый день заледенело на $0{,}016xy$ больше, чем во второй, но если представить заморозку каждого дня в виде формулы, где k – день, то: $\cancel{x-k20}$ $\cancel{k<k}$ $\cancel{(x-k20)(y-k20}$

$$(x-20k+20)(y-20k+20)-(x-20k)(y-20k)=xy-20kx-20ky+20x+20y-800k+400k^2-xy-400k^2+20ky+20kx=20x+20y-800k \Rightarrow$$

каждый день заморозка ~~увеличивается~~ уменьшается на 800, или $0{,}016xy$ $\Rightarrow$ в 1 день $0{,}202xy \Rightarrow$ во второй $0{,}186$, в третий $0{,}17xy$, в четвертый $0{,}154xy$, в пятый $0{,}138xy$, в шестой $0{,}122xy$, а общая заморозка: $0{,}972xy$ $\Rightarrow$ т.к. в 7 день должно заморозиться $0{,}106xy$, то, т.к. это в сумме превысит xy, то всё заморозится в 7 день.

Ответ: на 7 день.

№2.

(+ = 1 ; – = 0)

	1	2	3	4
1	–	+	+	+
2	+	–	+	+
3	+	+	–	+
4	+	+	+	–

← св-ва

1 – есть ~~..~~ острый угол

2 – есть равные стороны

3 – есть прямой угол

4 – можно вписать в окружность.

↑

фигуры

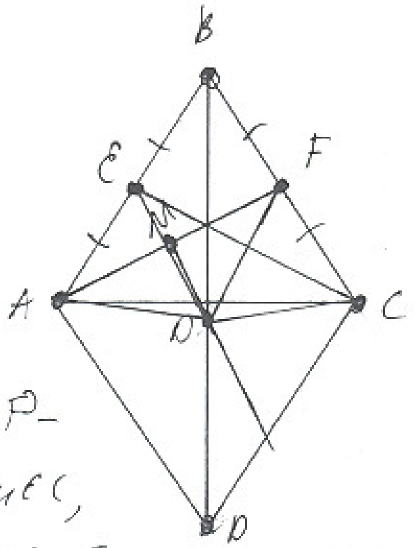
1 – прямоугольник.

2 – неравнобедренный, прямоугольный треугольник.

3 – равнобедренный, не прямоугольный треугольник.

4 – прямоугольная трапеция, у которой основание равно одной из боковых сторон.

№ 3



Дано:

ABCD - ромб $P \in ABCD$, $AP = PF$; $PE = PC$

E и F - середины AB и BC

Док-ть:

$P \in BD$

Док-во:

ΔAPF и ΔEPC - равнобедренные ⇒ P - точка пересечения сер. пер-ов AF и EC,

Пусть сер пер $AF \cap BD = O$ (*), тогда $AO = OF$, $\angle ADB = \angle CDB$ и $\angle ABD = \angle CBD$, по св-ву ромба ⇒ $\Delta AOD = \Delta COD$ (**), т.к. $AD = DC$ по опр ромба, $\angle ADB = \angle CDB$ и OD - общая ⇒

⇒ $OC = AO = OF$, $\Delta BEO = \Delta BFO$ (**), т.к. $EB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC = BF$, OB - общая, $\angle ABD = \angle CBD$ ⇒

⇒ $EO = OF = AO = OC$ ⇒ $EO = OC$ ⇒ сер пер $EC \cap BD = O$ и а тогда $O = P$, а $O \in BD$,

ч.т.д.

(*) - пересекает, т.к. иначе сер пер параллелен BD ⇒ перпендикулярен AC ⇒ $AF \parallel AC$, но они пересекаются в т. A, противоречие.

(**) - по 1 признаку рав-ва треугольников.

№4:

Найдём все максимальные и все минимальные, они все незакрашены, т.к. нету либо числа меньше, либо числа больше. ⇒ незакрашено 1 мин. число и 1 макс. число.

~~Пронумеруем все диагонали~~

~~Будем~~ рассмотрим все диагонали снизу слева—направо вверх.

Пусть мин. число стоит на диагонали X, тогда на соседних диагоналях и на этой X не могут ~~не~~ стоять числа отличающиеся на 1 от мин числа, т.к. иначе все числа рядом с этими числами больше него, следовательно ~~рядом~~ с 2 ближними диагоналями с обеих сторон и т.д.

Аналогично с макс. числом только рассматривается макс. число на диагоналях. и макс. стоит на Y

До какого-то угла в сумме диагоналей от диагоналей X и Y хотя бы 18, т.к. в сумме от X и Y до 2 углов вместе: 36 ⇒ до какого-то хотя бы 18 ⇒ пусть от X до него m диагоналей, а от Y - n диагоналей ⇒ min число в этом углу $Min+m$, а макс число в этом углу. $Max-n$ ⇒ $Min+m = Max-n$ ⇒ $m+n+Min=Max$, если Min хотя бы 1, а $m+n$ - хотя бы 18, то Max - хотя бы 19 и сумма минимальная - хотя бы 20

примеры на другой стороне страницы

пример к № 4

19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
18	17	16	15	14	13	12	11	16	9
17	16	15	14	13	12	11	10	9	8
16	15	14	13	12	11	10	9	8	7
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
13	12	11	10	9	8	7	6	5	4
12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

с5

Пусть стратегия есть у Пети, тогда ~~при~~ поле расположения шар Пети есть $\frac{10^n}{n}$ хотя бы квадратов с совпадающими цифрами, т.к. всего 10^n вариантов расположения цифры висит, и на каждый квадрат n расположений $\Rightarrow \frac{10^n}{n}$,

всего квадратов $< 10^{10} : 10^5 \Rightarrow n$ ~~< 6~~, ~~где n - кол-во клеток, не заполненных Петей~~ $\Rightarrow$ он ~~дополнительно заполнит~~ последнюю цифру он 100% даже заполнит, т.к. иначе Вася поставит 3, а на 3 квадратов нет, $\Rightarrow$ как минимум есть $10^4 \cdot 2$ квадратов ~~при~~ при данной последней цифре, если это не 5 и не 0, если 5 не 0, то $10^4 < 10^4 \cdot 2$, каждая заданная цифра исключает хотя бы ~~$10^{n/2}$~~ ~~10^{n} вариантов~~

~~$10^{n} \cdot 10^{n}/2$~~ ~~где k вариантов при данной ...2~~, т.к.

~~если все цифры до~~ поле ~~все 0, то эти цифры исключают все квадраты при~~ хотя бы $10^{m/2}$, т.к. исключает все квадраты при других цифрах $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ т.к. $n < 6$, т.к. иначе $\frac{10^n}{n} > 10^4 \cdot 2$, то

$10^4 \cdot 2 - \cancel{10^{\frac{(10-n)(10-n+1)}{2}}} - 10^{\frac{(10-n)(10-n+1)}{2}} > \frac{10^n}{n}$, но ~~10-n~~

это всегда неверно, ~~т.к.~~ ~~10~~ ~~т.к. (10-n)(10-n+1)~~

~~Отсюда~~