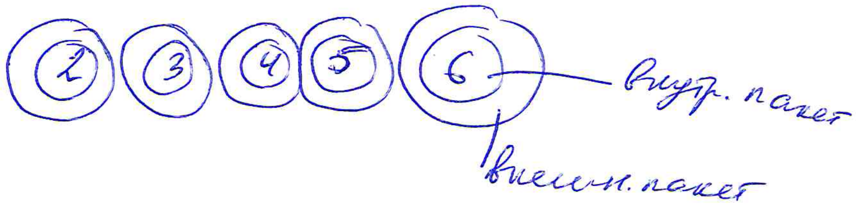
№1.

Рассмотрим пакеты, которые не содержатся ни в каких других. Тогда для них верно то, что в любых двух разное кол-во конфет и всего в них 20 конфет. Тогда выстроим их по возрастанию кол-ва конфет и поймем, что ~~мен~~ пакетов не более 5. $(1+2+3+4+5+6=21>20)$. В каждом из них еще не более 1 пакета. Всего не более 10.

Пример:



№2.

$\frac{xy}{z}=a$; $\frac{zx}{y}=b$; $\frac{yz}{x}=c$

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=3+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)$$

Заметим, что $\frac{xy}{z}$, $\frac{zx}{y}$ и т.д. (все 6) — одного знака.

~~т.е. мы перемножаем 2 ...~~

Вынесем знак из каждой скобки — получится полож. число.

Можно считать, что $a, b, c > 0$.

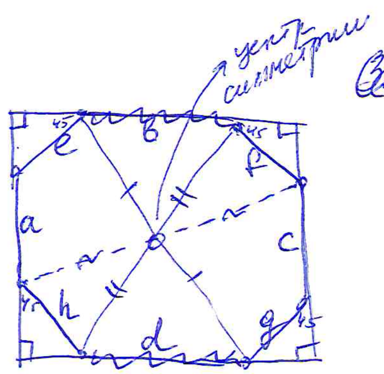
Тогда $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab} \geq \frac{2ab}{ab}=2$ → нер-во между ср. арифм. и ср. геометр.

Итого: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) \geq 3+2\cdot 3=9$

Пример: $x=y=z=1$

$3\cdot 3=9$.

№3



Т.к. все углы равны, то если продлить стороны через одну, то получится прямоугольник. Обозначим все стороны: из равенства сторон прямоугольника получаем:

$$b+\frac{f+e}{\sqrt{2}}=\frac{g+h}{\sqrt{2}}+d$$

$b-d=\frac{g+h-f-e}{\sqrt{2}}$. Т.к. все стороны рациональны, то такое рав-во может иметь место только когда обе его части нулевые, т.е. $b=d$.

Так же эти 2 стороны параллельны (противоположные стороны пр-ка).

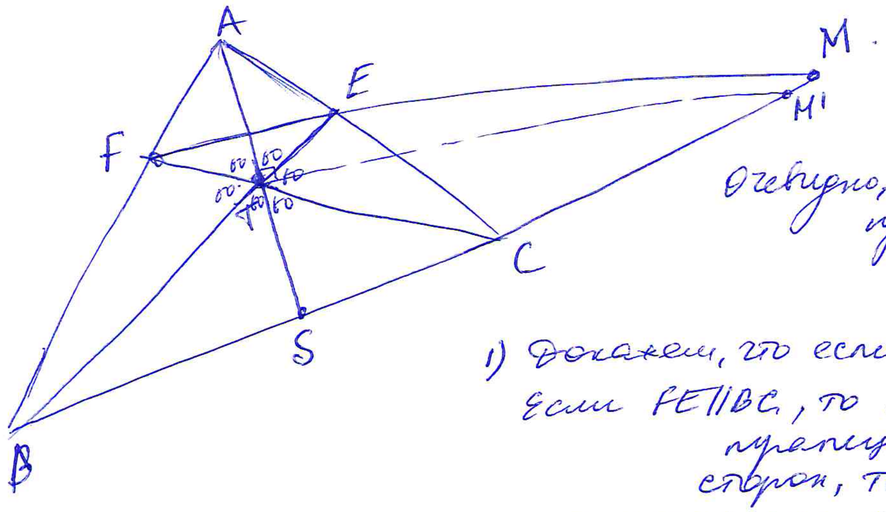
Аналогично остальные пары сторон равны и [illegible]

Тогда 4 конца пар противоп. сторон образуют пар-мм, диагонали которого ~~все~~ делятся точкой пер-я пополам. ~~пересекаются~~

А т.к. каждая главная диагональ [illegible]

№5.

$AT \cap BC = S$



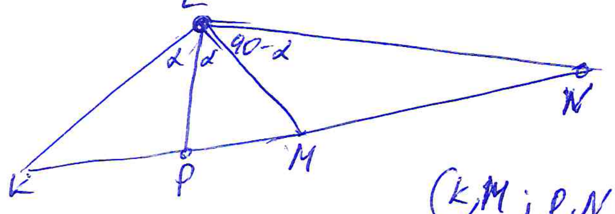
Очевидно, что все 6 углов, образуемых прямыми BT, CT, AT — 60° ($\angle STC$, $\angle CTE$ и т.д.).

1) Докажем, что если $FE \parallel BC$, то $AB = AC$.
Если $FE \parallel BC$, то S — середина BC (т.к. в трапеции точка пересеч. боковых сторон, точка пересеч. диагоналей и середины оснований лежат на одной прямой).
Тогда в $\triangle BTC$ TS — медиана и биссектриса, т.е. $BT = TC \Rightarrow TS \perp BC$, т.е. AS в $\triangle BAC$ — высота и медиана $\Rightarrow AB = AC$.

2) Значит, $FE \cap BC = M$.
~~Четырехугольник~~ B
Прямые FE, BC, CE, BF образуют полный четырехсторонник. ~~Тогда~~ A — вершина, T — точка пересеч. диагоналей, значит, точки B, C, S, M образуют гармоническую четверку

$$\boxed{(B, C; S, M) = -1}$$

3)



Докажем, что в тр-ке две вершины и основания внешней и внутр. бисс. образуют гармонич. четверку.

$$(K,M;P,N) = (KL, LM; LP, LN) = \frac{\sin\alpha}{\sin(90+\alpha)} : \frac{\sin(-\alpha)}{\sin(90-\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\sin(-\alpha)} \cdot \frac{\sin(90-\alpha)}{\sin(90+\alpha)} = -1$$

3) Тогда если $M' \in_{\text{пр.}} BC$, $M'T \perp AS$, то $(B, C; S, M') = -1$, т.к. TS, TM' — внутр. и вн. биссектриса в $\triangle BTC$.
Тогда $(B, C; S, M) = (B, C; S, M') \Rightarrow \underline{M' = M}$, т.е. M — основание внешн. биссектрис. Тогда по св-ву биссектрис в $\triangle BTC$ $\frac{MB}{MC} = \frac{TB}{TC}$, ч.т.д.