1. Пусть пакетов больше или равно 9. Тогда, если мы посчитаем сумму всех количеств конфет в пакетах, то у нас получится по крайней мере $1+2+3+\ldots+9=45$, т.к. нет двух пакетов с одинаковым числом конфет. Но т.к. запрещено делать так, что в каком-то пакете лежал пакет с пакетом внутри, то одну конфету мы посчитали максимум 2 раза, то есть максимальное число, которое мы могли получить это 40. Но $45>40$. Противоречие, значит пакетов максимум 8. Пример:

Ответ: 8.

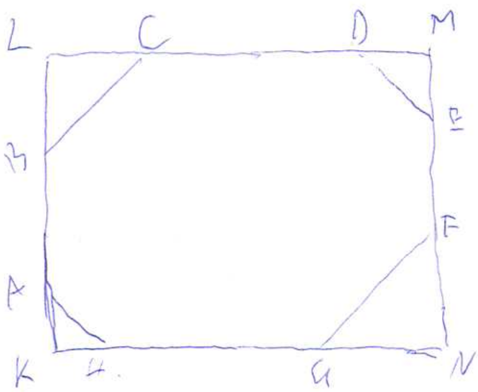
2. Заметим, что все числа $\frac{xy}{z}, \frac{zx}{y}, \ldots, \frac{z}{xy}$ — одинакового знака, т.к. если выражение всегда принимает положительные значения, значит можно ~~использовать~~ заменить все числа на их модули и использовать нер-во о средних

$$\frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{yz}{x} \geq 3\sqrt[3]{xyz}$$
$$\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}$$
$$\Rightarrow \left(\frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{yz}{x}\right)\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\right) \geq 9.$$

при $x=y=z=1$ выражение равно 9.

Ответ: 9.

3. Сумма углов восьмиугольника $6\cdot180=1080^\circ$; т.к. все его углы равны, то каждый угол равен $\frac{1080^\circ}{8}=135^\circ$. Значит угол между двумя ~~сторонами~~ сторонами через одну равен 90°, тогда около этого многоугольника можно описать пр-к, как показано на рисунке



т.к. $\angle CBA=135^\circ=\angle BCD \Rightarrow \angle LBC=\angle LCB=45^\circ$; $\angle KLM=90^\circ$. Т.е. BC – гипотенуза и $LB=\frac{BC}{\sqrt2} \Rightarrow LB$ – пр-е

ан. $AK=\frac{AH}{\sqrt2}$

$KLMN$ – пр-к $\Rightarrow LK=MN \Rightarrow \frac{BC}{\sqrt2}+AB+\frac{AH}{\sqrt2}=\frac{DE}{\sqrt2}+EF+\frac{GF}{\sqrt2} \Rightarrow$

~~AB−E~~ $\sqrt2=\frac{DE+GF-BC-AH}{AB-EF}$, если $AB\neq EF$, ~~тогда~~ и в числителе и в знаменателе рац-е числа, значит в частном не может получиться $\sqrt2$, значит $AB=EF$. Ано: $BC=GF$; $CD=GH$; $DE=AH$; $AB\parallel EF$; $BC\parallel GF$; $CD\parallel GH$, $DE\parallel AH$ (т.к. можно вписать пр-к) значит $ABEF$ – пар-м $\Rightarrow$ O – сер BF, O – сер AE, также O – сер CG; O – сер $HD \Rightarrow$

$AE \cap BF = O$

O – ц. сим., ч.т.д.

5. Дано:

$\triangle ABC$,

$AB \neq AC$,

$T \in ABC$,

$\angle BTC = \angle CTA = \angle ATB = 120^\circ$,

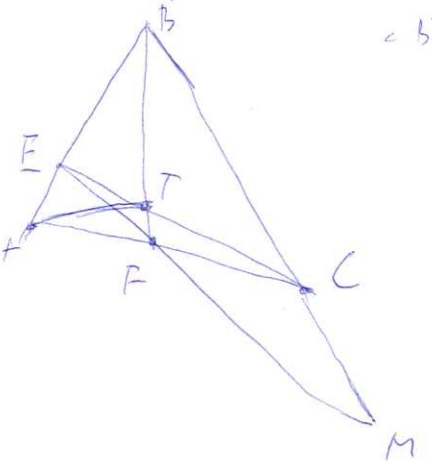
$BT \cap AC = E$; $CT \cap AB = F$

Д-ть:

$(EF) \cap (BC) = M$,

$\frac{MB}{MC} = \frac{TB}{TC}$

Д-во:



$\angle BTC = 120^\circ \overset{\text{вер.}}{\underset{\text{у}}{\Rightarrow}} \angle ETB = 60^\circ$
ан. $\angle ATE = 60^\circ$ $\Big| \overset{\text{пр.}}{\Rightarrow}$ TE - бис-са ~~$\angle ATB$~~ $\angle ATB$

ана. TF - бис-са $\angle ATC$ $\Big| \Rightarrow$

$\frac{AE}{EB} = \frac{AT}{TB}$

$\frac{AF}{FC} = \frac{AT}{TC}$ $\Big| \Rightarrow$

пуст. $(EF) \cap (BC) = \varnothing \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ $\Big| \Rightarrow$

$\frac{AT}{TB} = \frac{AT}{TC} \Rightarrow TB = TC$
AT - общ.
$\angle ATB = \angle ATC = 120^\circ$ $\Big| \overset{\text{1 пр.}}{\underset{\text{р.т.}}{\Rightarrow}} \triangle ATB = \triangle ATC \overset{\text{отд.}}{\Rightarrow} AB = AC$ - пр. е. $\Rightarrow$

$(EF) \cap (BC) = M$.

по теор. Менелая: $\frac{AE}{EB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CF}{FA} = 1 \Rightarrow \frac{AT}{TB} \cdot \frac{BM}{MC} \cdot \frac{TC}{AT} = 1 \Rightarrow \frac{BM}{MC} = \frac{TB}{TC}$, ч.т.д.

4. ~~Сначала заметим, что если в конце поло~~

Ответ: выиграет Вася. Вот их стратегия: Если Петя не поставит в конец полоски ни одной цифры, то Вася может поставить туда, например 3 и тогда, т.к. ни один квадрат не может заканчиваться на 3, Вася выиграет. Тогда пусть в конце Петя поставил число X, которое имеет k знаков и левее клетки свободна. Докажем тогда, что Вася сможет поставить в эту клетку какую-то цифру так, что ни один полный квадрат не будет оканчиваться на такую посл-ть цифр. Пусть изначально уберём чётное кол-во 0 из конца X и будем работать с новым X и n. Заметим, что для того, чтобы два числа с различными n последними цифрами давали одинаковые n последних цифр в квадрате, сумма числа, образованного $n-1$ последними цифрами 1 числа и числа, образованного ~~n~~ последними цифрами другого числа должна быть 10^{n-1} (из формулы разности квадратов), т.к. $(10^n + a)^2 \equiv (6 \cdot 10^n a)$ $(\mod 10^{n+1})$, по крайней мере одну цифру Вася сможет поставить так, чтобы выиграть.