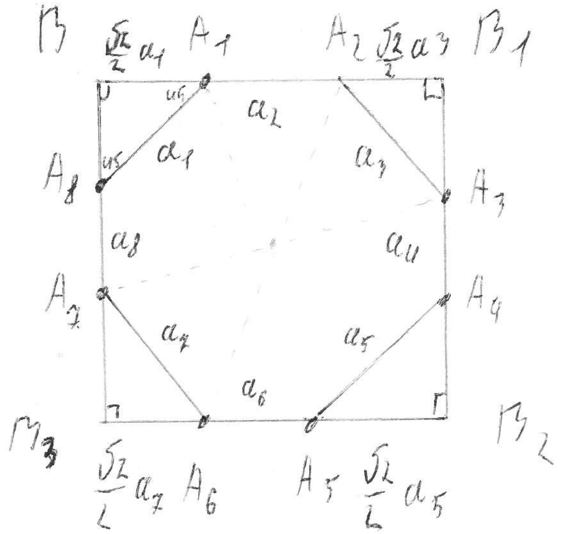
№ 3 Лист III

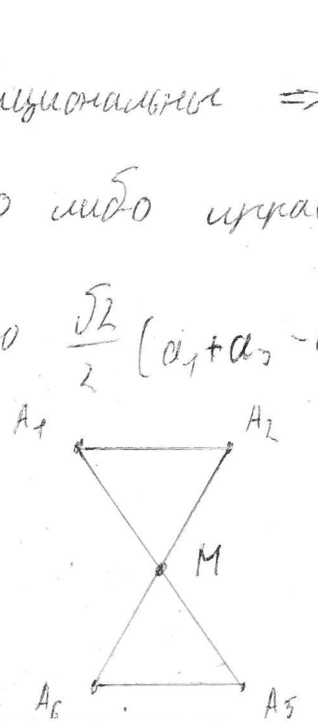
Очевидно, что в этом выпуклом 8 угольнике стороны, находящиеся через 3 параллельны

Докажу что они равны:



Т.к. как $BB_1B_2B_3$ - прямоугольник, то $BB_1 = B_2B_3 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}a_1 + a_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}a_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}a_7 + a_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}a_5 \Rightarrow a_2 - a_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}(a_1 + a_3 - a_7 - a_5) = 0$ Заметим что a_1, a_3, a_7, a_5 - иррациональны, а a_2, a_6 - рациональны $\Rightarrow a_2 - a_6$ - рационально и $\frac{\sqrt{2}}{2}(a_1 + a_3 - a_7 - a_5)$ либо $= 0$ либо иррационально, так как $a_2 - a_6 + \frac{\sqrt{2}}{2}(a_1 + a_3 - a_7 - a_5) = 0$, то $\frac{\sqrt{2}}{2}(a_1 + a_3 - a_7 - a_5) = 0 \Rightarrow a_2 - a_6 = 0$ Тогда очевидно что



M - центр симметрии

№ 2 Лист II

$$\left(\frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{yz}{x}\right)\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{zx}+\frac{z}{xy}\right)$$

$xyz=t$ замена

$$\left(\frac{t}{z^2}+\frac{t}{y^2}+\frac{t}{x^2}\right)\left(\frac{x^2}{t}+\frac{y^2}{t}+\frac{z^2}{t}\right)$$

$$\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+1+\frac{x^2}{y^2}+1+\frac{z^2}{y^2}+1+\frac{y^2}{x^2}+\frac{z^2}{x^2}$$

Так как $a+\frac{1}{a}\geqslant 2$, то $\frac{x^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}+3\geqslant 9$

Пример: $x=y=z=1$

$$\left(\frac{1\cdot 1}{1}+\frac{1\cdot 1}{1}+\frac{1\cdot 1}{1}\right)\left(\frac{1}{1\cdot 1}+\frac{1}{1\cdot 1}+\frac{1}{1\cdot 1}\right)=9$$

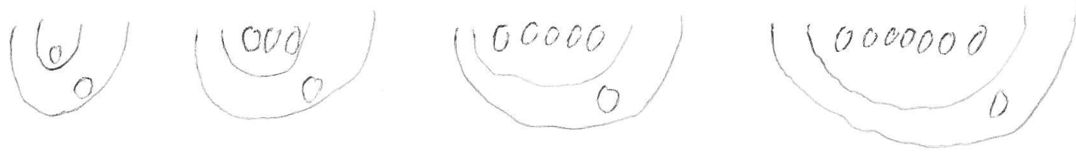
$$3\cdot 3=9$$

№ 1

лист I

Ответ: 8 пакетов

Пример:



Оценка: пусть a_1 a_2 ... a_n – число конфет в первом, втором ... n пакете. Так как в любом пакете нету пакета с пакетом внутри, то при сложении $a_1+a_2+\dots+a_n$ – каждая конфета посчиталась не более 2 раз $\Rightarrow a_1+a_2+\dots a_n \le 20\cdot 2$

Так как $a_1 \ne a_2$, то очевидно что $n \le 8$, иначе минимальная сумма всех a не меньше 45*, а $45 > 40$

*

Так как $1+2+3+\dots+9=45$