



پاسخ مسأله (۱) /

توجه - این که هر ده رقم متوالی این عدد، تمامی ارقام مساوند، می توان نتیجه گرفت که ارقام ۲ تا ۹ نسبت سرهم و با یک ترتیب مشخص تکرار شده اند. یعنی اگر در رقم اول بصورت ۸۹ ۲۴۳۵۶۷ باشد، چنین عدد نسبت سرهم و پس در هر تکرار شده رقمی می توان جای دو رقم را با هم عوض کرد و در غیر این صورت، در هر دو رقم، رقم های تکراری خواهد داشت.

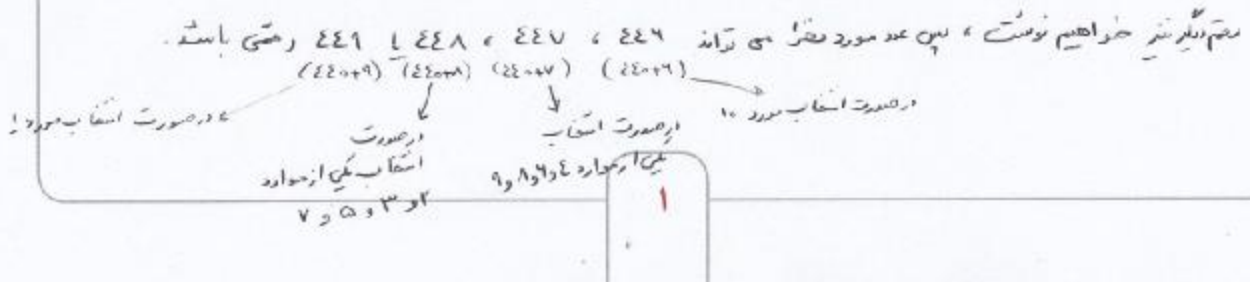
$$۴۵ = \frac{۹ \times ۱۰}{۲} = \text{مجموع ارقام ۲ تا ۹}$$

بنابراین، در این عدد ۱۰ رقم ۲ تا ۹ با یک ترتیب مشخص ۴۴ مرتبه تکرار می شود.  $\frac{۲۰۱۷}{۴۵} = ۴۴ \frac{۲۷}{۴۵}$  نوشته شده اند و بقیه ارقام می تواند از بین حالت های زیر انتخاب شوند تا مجموع آنها ۲۷ باشد:

- ① حذف ۸ از بین ارقام ۲ تا ۹ در نوشتن ۹ رقم باقی مانده
- ② حذف ۸ و ۸ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۸ رقم باقی مانده
- ③ حذف ۸ و ۷ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۸ رقم باقی مانده
- ④ حذف ۸ و ۶ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۷ رقم باقی مانده
- ⑤ حذف ۸ و ۵ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۷ رقم باقی مانده
- ⑥ حذف ۸ و ۴ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۶ رقم باقی مانده
- ⑦ حذف ۸ و ۳ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۶ رقم باقی مانده
- ⑧ حذف ۸ و ۲ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۵ رقم باقی مانده
- ⑨ حذف ۷ و ۵ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۷ رقم باقی مانده
- ⑩ حذف ۷ و ۴ از بین ارقام ۲ تا ۹ و نوشتن ۶ رقم باقی مانده

تجارتیاً در این صورت (که البته ۴۴ بار ارقام ۲ تا ۹ و سپس ارقام موجود در کپی از مواد مذکور بالا) مجموع ارقام برابر ۲۰۱۷ بوده و در هر رقم متوالی، همه ارقام یکبار خواهد بود و در هر حالتی غیر از این، متوسط مسأله نقض خواهد شد. لازم بدو ذکر است که ترتیب نوشتن ارقام ۲ تا ۹ را با توجه به این که ارقام آخر (این ارقام با ۹) چه باشند، باید مشخص کرد.

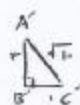
با توجه به این که در ابتدا ۴۴ رقم (۱۰×۴۴) نوشته بودیم و نیز این که با انتخاب هر یک از ۱۰ مورد فوق، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱



پاسخ مسأله (۲) /

$$10 \text{ cm} = \sqrt{\text{مساحت مربع}} \Rightarrow \text{مساحت مربع} = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2 = \text{مساحت مستطیل}$$

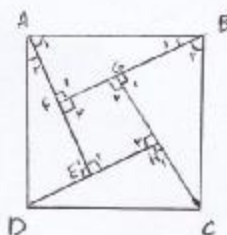
تا آنکه سانی متر طول در برش است قائم الزامی ای با اضلاع ۱ و ۲ است (طول اضلاع قائم می تواند اعداد دیگری نیز باشد، مثلاً ۴ و ۲، ۵ و ۱، ۵ و ۲، ۶ و ۳، اما به خاطر این که در ۲ عدد اعداد طبیعی اند، این حالت را انتخاب می کنیم). بنابراین، ای ۴ مثلث قائم الزامی با اضلاع قائم بر طول ۱ و ۲ می سازیم که هر یک با دیگری هم بخش است. (بر حالت دیگر یک ضلع)



$$\left. \begin{matrix} AC = A'C' = \sqrt{5} \\ AB = A'B' = 1 \end{matrix} \right\} \rightarrow ABC \cong A'B'C'$$

(یک ضلع)

با کنار هم گذاشتن این ۴ مثلث، حوض برضلع ۱۰ ایجاد می شود. درون آن فضای EFGH خالی می ماند.



(با توجه به اینکه  $90^\circ = A_1 + B_1$  و اینکه  $B_1 = A_2$  و اینکه  $90^\circ = A_2 + A_3$  می توان نتیجه گرفت که  $90^\circ = A_1 + A_3$  و از طرفی  $\angle A_1 = \angle A_3$  پس  $ABCD$  یک مربع برضلع ۱۰ است.)

①  $G_F = H_F = E_F = F_F = 90^\circ$

②  $\begin{cases} GF \perp FE \text{ و } HE \perp FE \Rightarrow HE \parallel GF \\ FE \perp HE \text{ و } HG \perp HE \Rightarrow FE \parallel HG \end{cases}$  (در خط عدد بزرگ خط همواره اهم موازی)

$$\textcircled{3} \begin{cases} BF=2 & GB=1 \Rightarrow FG=BF-GB=2-1=1 \text{ cm} \\ CG=2 & CH=1 \Rightarrow GH=CG-CH=2-1=1 \text{ cm} \\ DH=2 & DE=1 \Rightarrow EH=DH-DE=2-1=1 \text{ cm} \\ AE=2 & AF=1 \Rightarrow FE=AE-AF=2-1=1 \text{ cm} \end{cases}$$

از موارد ① و ② و ③ نتیجه می گیریم که EFGH مربعی بر ضلع ۱ سانتی متر است.

از طرفی بعد از جدا کردن ۴ مثلث قائم الزامی از مستطیل ۱۰×۱۰، مستطیلی به شکل زیر مستطیل ۲×۱ درآمده است.



که با تقسیم قطعی ۱×۱ به سه قطعی ۱×۱ و ۱×۱ و ۱×۱، و گذاشتن آنها کنار هم، مربعی به ضلع ۲ به شکل  $\square$  ساخته می شود که با قرار دادن آن در فضای خالی EFGH، یک مربع کامل به ضلع ۱۰ ایجاد می شود. پس تقسیم یک مستطیل ۱۰×۱۰ به ۷ که در ساختن یک مربع از آنها امکان پذیر است.



پاسخ مسأله (۳) /

$$BD + AC < BC \Rightarrow BD < BC \quad \widehat{DEB} < \widehat{BDC}$$

$$AC < BC \Rightarrow \hat{B} < \hat{A}$$



پاسخ مسأله (۴) /

در هیچ کسبه‌ای نباید بیش از ۱۳ کسبه باشد، چرا که در صورت زنده ماندن همه ملوانان، کسبه ۵ دارای بیش از ۱۳ سکه را به هیچ کس نمی‌توانیم بدهیم. پس همه کسبه‌ها کمتر یا مساوی ۱۳ سکه دارند. از طرفی، باید جمع سکه‌های چند کسبه (حداقل ۵ کسبه) ۱۵ شود که اگر یک ملوان ببرد، باید به ۱۴ نفر ۱۵ سکه به هر یک بدهیم. پس تعداد کسبه‌ها بزرگتر یا مساوی ۸ است.  $(8 \leq x \leq 14)$

اگر ۹ کسبه به صورت زیر داشته باشیم، کمترین می‌تواند کسبه‌ها را مساوی تقسیم کند.



با ۸ کسبه این کار عملی نیست چرا که مجموع ۴ حقیقت کسبه داریم که مجموع حرکت ۱۵ است و به ازای حرکت از این ۴ حقیقت، باید یک ۵ وجود داشته باشد، تا با هم جمعاً ۱۵ سکه داشته باشند (کسبه دارای ۵ سکه).

و این امر تنها در صورتی ممکن است که در ۴ کسبه ۵ حرکت داشته و در چهار کسبه دیگر، حرکت ۵ سکه باشد که در این صورت نیز ۱۳ تشکیل نمی‌شود. پس، با ۹ کسبه، مثل مثال بالا، می‌توان در صورت هر یک ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ کسبه این کار عملی نیست.



پاسخ مسأله (۵)

اگر به  $N$  حالت بتوانیم  $۳۲$  کاشی دومینویی را در روی تخته بگذاریم، برای گذاشتن  $۱۴$  کاشی  $۱۴$  جا از  $۳۲$  جا را

$$S = N \times \binom{32}{14} = \frac{N \times 32!}{14! \times 14!}$$

امضای کنیم تا معادله در آنجا کاشی بگذاریم، در نتیجه:

می دانیم که  $\binom{32}{14}$  یعنی همان  $\frac{32!}{14! \times 14!}$  عددی طبیعی است، پس می توان گفت که  $S \leq N$  برابر  $N$

است، در نتیجه از  $N$  بزرگتر است.  $N < S$

ابعاد تخته	حالت های چین دومینو
$۲ \times ۲$	$۲^۱$
$۳ \times ۳$	$۲^۲ + ۲^۲ = ۲^۵$
$۸ \times ۸$	$۲^۵ + (۲^۵ \times ۲^۵) + (۲^۵ \times ۲^۵) = ۳۹۰۴۰۰ = N$

$$S = \binom{32}{14} \times ۳۹۰۴۰۰ = \frac{32!}{14! \times 14!} \times ۳۹۰۴۰۰$$