

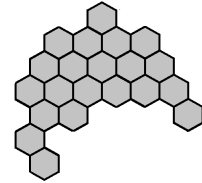
«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o‘quv yili. 1-bosqich

R5-sinf uchun masalalar

*Iltimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. Berilgan figurani uchta o‘zaro teng qismlarga chizib ajrating.

(Agar ikkita qismdan birini ikkinchisiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo‘yish mumkin bo‘lsa, ular teng deyiladi)



2. Bitta natural son boshqasidan 1 ga katta. Ularning ko‘paytmasi 2017 bilan tugashi mumkinmi?
3. Stolda 180, 181, 182, ..., 200 grammlı toshlar yotibdi (har bir massaga bitta tosh mos keladi). Ulardan bir nechtasini tanlab, jami 1 kg massani hosil qilish mumkinmi?
4. Duskada 20 ta nol va 17 ta bir raqamlari yozilgan. Bir qadamda ixtiyoriy ikkita sonni o‘chirib, ular o‘rniga ularning yig‘indisini yozish ruxsat beriladi. Shu qadamda hosil bo‘lgan son ikkala o‘chirilgan sonlardan har biridan kattaroq bo‘lsa, bu qadam muhim deyiladi. Duskada bitta son qolganigacha nechta *muhim* qadam bajariladi?
5. Idishda turli ta‘mdagi va turli davlatlarda ishlab chiqarilgan bir nechta konfet joylashgan. Idishdagi har ikkita konfet yo ta‘mi bilan yo davlati bilan yo ikkalasi bilan farqlanadi. Agar ikkita konfet ham ta‘mi bilan, ham davlati bilan farqlansa, u holda shunday aynan bitta konfet topiladiki, u shu ikkita konfetlarning biridan faqat ta‘m bilan, ikkinchisidan esa faqat davlat bilan farqlanadi. Ma‘lumki, idishda aynan 5 ta konfet olma ta‘miga ega hamda aynan 7 ta konfet Rossiyada ishlab chiqarilgan. Jami bo‘lib idishda nechta konfet bo‘lishi mumkin? Shu savolga barcha javoblarni toping.
6. Yo‘l yoqasida 0, 1, 2, 3 va h.k. sonlar bilan nomerlangan ustunlar turibdi. 0 –nchi ustun yonida o‘rgatilgan otni mingan chavandoz turibdi. Chavandoz natural sonni aytganda, ot shu songa bo‘linadigan son bilan nomerlangan eng yaqin ustun yoniga sakraydi. Chavandoz 1 dan 10 gacha sonlarni qandaydir tartibda bir martadan aytib chiqdi. Ot borgan ustunlar nomerlarining eng kattasi nechaga teng? Shu nomer haqiqatdan ham eng katta bo‘lishini isbotlang. (Misol: agar chavandoz 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 sonlarni shu tartibda aytsa, ot quyidagicha harakat qiladi: 10, 18, 24, 28, 30, 35, 36, 39, 40, 41)
7. Liza  $6 \times 6$  kattalikdagi katakli duskada turli kattalikdagi kesishmaydigan ikkita kvadratlarni shunday bo‘yamoqchiki, ularning konturlari kataklar chegaralari bo‘ylab boradi. Bu ishni nechta usul bilan amalga oshirish mumkin? Duskani burish natijasida ustma-ust tushgan usullar har xil hisoblanadi.

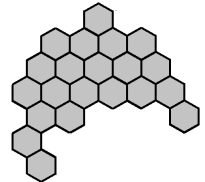
«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o‘quv yili. 1-bosqich

R6-sinf uchun masalalar

*Iltimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. Berilgan figurani uchta o‘zaro teng qismlarga chizib ajrating.

(Agar ikkita qismdan birini ikkinchisiga aynan ustma-ust tushadigan qilib qo‘yish mumkin bo‘lsa, ular teng deyiladi)

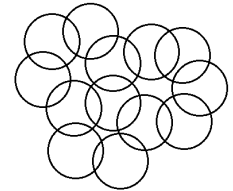


2. Bitta natural son boshqasidan 2 ga katta. Ularning ko‘paytmasi 2017 bilan tugashi mumkinmi?
3. Aleksey o‘zi va do‘sti uchun noyob markalardan tashkil topgan ikkita to‘plamni harid qilmoqchi. Bir to‘plam  $A$ ,  $B$ ,  $C$  markalardan iborat. Internetda uchta magazin topildi, ammo har birida markalarning juftliklari sotilmoqda. Birinchi magazin « $A$  marka +  $B$  marka» komplektini 200 rublga, ikkinchi magazin « $B$  marka +  $C$  marka» komplektini 300 rublga, uchinchi magazinda esa « $C$  marka +  $A$  marka» komplekti  $x$  rubldan sotmoqda.

Dastlab Aleksey harid uchun kerakli pul miqdorining eng kichigini hisobladi. So‘ng, o‘ylab ko‘rib, yuqoridagi uchta magazinlardan qandaydir ikkitasiga bormoqchi bo‘ldi. Shu bilan eng kichik pul miqdori 120 rublga oshdi.  $x$  nechaga teng bo‘lishi mumkin?

4. Rasmda tekislikdani doiralar ko‘rsatilgan.

Har bir doira ichiga 3 ta nuqta belgilangan, doiralar chegaralarida esa birorta ham nuqta yo‘q. Jami bo‘lib nuqtalar soni eng kamida nechaga teng bo‘lishi mumkin?



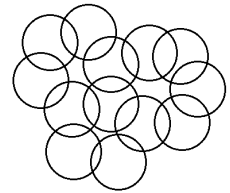
5. Idishda turli ta‘mdagi va turli davlatlarda ishlab chiqarilgan bir nechta konfet joylashgan. Idishdagi har ikkita konfet yo ta‘mi bilan yo davlati bilan yo ikkalasi bilan farqlanadi. Agar ikkita konfet ham ta‘mi bilan, ham davlati bilan farqlansa, u holda shunday aynan bitta konfet topiladiki, u shu ikkita konfetlarning biridan faqat ta‘m bilan, ikkinchisidan esa faqat davlat bilan farqlanadi. Ma‘lumki, idishda aynan 5 ta konfet olma ta‘miga ega hamda aynan 7 ta konfet Rossiyada ishlab chiqarilgan. Jami bo‘lib idishda nechta konfet bo‘lishi mumkin? Shu savolga barcha javoblarni toping.
6. Yo‘l yoqasida 0, 1, 2, 3 va h.k. sonlar bilan nomerlangan ustunlar turibdi. 0 –nchi ustun yonida o‘rgatilgan otni mingan chavandoz turibdi. Chavandoz natural sonni aytganda, ot shu songa bo‘linadigan son bilan nomerlangan eng yaqin ustun yoniga sakraydi. Chavandoz 1 dan 10 gacha sonlarni qandaydir tartibda bir martadan aytib chiqdi. Ot borgan ustunlar nomerlarining eng kattasi nechaga teng? Shu nomer haqiqatdan ham eng katta bo‘lishini isbotlang. (Misol: agar chavandoz 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 sonlarni shu tartibda aytsa, ot quyidagicha harakat qiladi: 10, 18, 24, 28, 30, 35, 36, 39, 40, 41)
7. Liza  $6 \times 6$  kattalikdagi katakli doskada turli kattalikdagi kesishmaydigan uchta kvadratlarni shunday bo‘yamoqchiki, ularning konturlari kataklar chegaralari bo‘ylab boradi. Bu ishni nechta usul bilan amalga oshirish mumkin? Doskani burish natijasida ustma-ust tushgan usullar har xil hisoblanadi.

«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o‘quv yili. 1-bosqich

R7-sinf uchun masalalar

*Iltimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. 44 ta natural sonlarning yig‘indisi ularning ko‘paytmasidan 4 marta katta bo‘lishi mumkinmi?
2. Bitta natural son boshqasidan 1 ga katta. Ularning ko‘paytmasi 2016 bilan tugashi mumkinmi?
3. Birlashmasi va kesishmasi qavariq to‘rtburchaklar bo‘ladigan 3 ta uchburchakni chizsa bo‘ladimi? To‘rtburchak qavariq deyiladi, agar uning ikkala diagonali ham uning ichida yotsa.
4. Rasmda tekislikdani doiralar ko‘rsatilgan.  
Har bir doira ichiga 3 ta nuqta belgilangan, doiralar chegaralarida esa birorta ham nuqta yo‘q. Jami bo‘lib nuqtalar soni eng kamida nechaga teng bo‘lishi mumkin?



5. Stolda 150, 151, 152, ..., 200 grammlı toshlar yotibdi (har bir massaga bitta tosh mos keladi). Petya bitta yoki bir nechta toshni olib, ularni massasini tarozida aniqlay oladi. U necha xil massalarnı hosil qilishi mumkin?
6. Liza  $6 \times 6$  kattalikdagi katakli doskada turli kattalikdagi kesishmaydigan uchta kvadratlarnı shunday bo‘yamoqchiki, ularning konturlari kataklar chegaralari bo‘ylab boradi. Bu ishni nechta usul bilan amalga oshirish mumkin? Doskani burish natijasida ustma-ust tushgan usullar har xil hisoblanadi.
7. Maktabda ixtiyoriy ikkita qiz bir-biriga yo do‘st yo dushman ekan. Agar quyidagi shartlardan biri bajarilsa, maktab *ilg‘or* deyiladi:
  - (a) Shunday 100 nafar  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  qizlar borki,  $A_1$  qiz  $A_2$  bilan do‘st,  $A_2$  qiz  $A_3$  bilan do‘st, ...,  $A_{99}$  qiz  $A_{100}$  bilan do‘st;
  - (b) Shunday 7 nafar  $B_1, \dots, B_7$  qizlar borki,  $B_1$  qiz  $B_2$  bilan dushman,  $B_3$  qiz  $B_4$  bilan dushman,  $B_6$  qiz esa  $B_5$  va  $B_7$  qizlar bilan dushman.

Ilg‘or bo‘lmagan maktabda eng ko‘pi bilan nechta qiz bo‘lishi mumkin?

«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi

2016-2017 o'quv yili. 1-bosqich

R8-sinf uchun masalalar

*Iltimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. 44 ta natural sonlarning yig'indisi ularning ko'paytmasidan 4 marta katta bo'lishi mumkinmi?
2. Kitobdan 96 varaqli bo'lagi tushib qoldi (har varaq ikki betdan iborat). Barcha tushib qolgan betlar nomerlarining yig'indisi 20170 ga teng bo'lishi mumkinmi?
3.  $a, b, c, d, e, f$  — musbat sonlar bo'lsin.

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)} + \frac{cd}{(b+c)(d+e)} + \frac{ef}{(d+e)(f+a)}$$

ifoda qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin?

4.  $ABCD$  parallelogramm diagonallari  $E$  nuqtada kesishadi.  $DAE$  va  $EBC$  burchaklar bissektrisalari  $F$  nuqtada kesishadi. Agar  $ECFD$  parallelogramm bo'lsa,  $AFB$  burchak kattaligini toping.
5. Stolda 150, 151, 152, ..., 200 grammlı toshlar yotibdi (har bir massaga bitta tosh mos keladi). Petya bitta yoki bir nechta toshni olib, ularni massasini tarozida aniqlay oladi. U necha xil massalarni hosil qilishi mumkin?
6. 3 ta uchburchak shunday joylashganki, ularning birlashmasi va kesishmasi to'rtburchaklar bo'ladi. Shu ikkita to'rtburchaklar birgalikda 6 ta to'g'ri burchaklarga ega bo'la oladimi?
7. Maktabda ixtiyoriy ikkita qiz bir-biriga yo do'st yo dushman ekan. Agar quyidagi shartlardan biri bajarilsa, maktab *ilg'or* deyiladi:
  - (a) Shunday 100 nafar  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  qizlar borki,  $A_1$  qiz  $A_2$  bilan do'st,  $A_2$  qiz  $A_3$  bilan do'st, ...,  $A_{99}$  qiz  $A_{100}$  bilan do'st;
  - (b) Shunday 7 nafar  $B_1, \dots, B_7$  qizlar borki,  $B_1$  qiz  $B_2$  bilan dushman,  $B_3$  qiz  $B_4$  bilan dushman,  $B_6$  qiz esa  $B_5$  va  $B_7$  qizlar bilan dushman.

Ilg'or bo'lmagan maktabda eng ko'pi bilan nechta qiz bo'lishi mumkin?

«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o'quv yili. 1-bosqich

R9-sinf uchun masalalar

*Iltilimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. Kitobdan 96 varaqli bo'lagi tushib qoldi (har varaq ikki betdan iborat). Barcha tushib qolgan betlar nomerlarining yig'indisi 20170 ga teng bo'lishi mumkinmi?
2. 789-burchakning barcha uchlari qizil rang bilan belgilangan. Uning ichida yana 615 ta qizi nuqta yotibdi. Xech qanday uchta nuqta bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi. Ko'pburchak faqat qizil uchli uchburchaklarga ajratilgan. Shunday uchburchaklar nechta?
3.  $a, b, c, d, e, f$  — musbat sonlar bo'lsin.

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)} + \frac{cd}{(b+c)(d+e)} + \frac{ef}{(d+e)(f+a)}$$

ifoda qanday qiymatlarni qabul qilishi mumkin?

4.  $ABCD$  parallelogramm diagonallari  $E$  nuqtada kesishadi.  $DAE$  va  $EBC$  burchaklar bissektrisalari  $F$  nuqtada kesishadi. Agar  $ECFD$  parallelogramm bo'lsa,  $AFB$  burchak kattaligini toping.
5. Pochta qutisi yoqlarining diagonallari 4, 6 va 7 detsimetr ga teng. Diametri 2 detsimetr bo'lgan koptok shunday qutiga sig'adimi?
6. Aleksey o'zi va ikki nafar do'stlari uchun noyob markalardan tashkil topgan uchta to'plamni harid qilmoqchi. Bir to'plam  $A, B, C$  markalardan iborat. Internetda uchta magazin topildi, ammo har birida markalarning juftliklari sotilmoqda. Birinchi magazin « $A$  marka +  $B$  marka» komplektini 200 rublga, ikkinchi magazin « $B$  marka +  $C$  marka» komplektini 300 rublga, uchinchi magazinda esa « $C$  marka +  $A$  marka» komplekti  $x$  rubldan sotmoqda. Dastlab Aleksey harid uchun kerakli pul miqdorining eng kichigini hisobladi. So'ng, o'ylab ko'rib, yuqoridagi uchta magazinlardan qandaydir ikkitasiga bormoqchi bo'ldi. Shu bilan eng kichik pul miqdori 120 rublga oshdi.  $x$  nechaga teng bo'lishi mumkin?
7.  $33x^4 + 578$  ko'phad butun koeffitsientli ko'phadlar kvdratlari yig'indisi ko'rinishida shunday yozinki, bunda ko'phadlar soni eng kichik bo'lsin.

«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o‘quv yili. 1-bosqich

R10-sinf uchun masalalar

*Iltilmos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. 789-burchakning barcha uchlari qizil rang bilan belgilangan. Uning ichida yana 615 ta qizi nuqta yotibdi. Xech qanday uchta nuqta bitta to‘g‘ri chiziqda yotmaydi. Ko‘pburchak faqat qizil uchli uchburchaklarga ajratilgan. Shunday uchburchaklar nechta?
2.  $n^2 + 3$  va  $(n + 1)^2 + 3$  sonlarning eng katta umumiy bo‘luvchisining eng maksimal qiymati qanday bo‘lishi mumkin? Bu yerda  $n$  - natural son.
3. Pochta qutisi yoqlarining diagonallari 4, 6 va 7 detsimetr ga teng. Diametri 2 detsimetr bo‘lgan koptok shunday qutiga sig‘adimi?
4.  $ABC$  uchburchakning  $AB$  va  $BC$  tomonlarida  $AX = BY$  shartni qanoatlantiradigan  $X$  va  $Y$  nuqtalar olingan. Bunda  $A, X, Y, C$  nuqtalar bitta aylana da yotadi.  $B_1$  nuqta  $B$  burchak bissektrisaning asosi bo‘lsin.  $XB_1$  va  $YC$  to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lishini isbotlang.
5. Aleksey o‘zi va ikki nafar do‘stlari uchun noyob markalardan tashkil topgan uchta to‘plamni harid qilmoqchi. Bir to‘plam  $A, B, C$  markalardan iborat. Internetda uchta magazin topildi, ammo har birida markalarning juftliklari sotilmoqda. Birinchi magazin « $A$  marka +  $B$  marka» komplektini 200 rublga, ikkinchi magazin « $B$  marka +  $C$  marka» komplektini 300 rublga, uchinchi magazinda esa « $C$  marka +  $A$  marka» komplekti  $x$  rubldan sotmoqda. Dastlab Aleksey harid uchun kerakli pul miqdorining eng kichigini hisobladi. So‘ng, o‘ylab ko‘rib, yuqoridagi uchta magazinlardan qandaydir ikkitasiga bormoqchi bo‘ldi. Shu bilan eng kichik pul miqdori 120 rublga oshdi.  $x$  nechaga teng bo‘lishi mumkin?
6.  $6x^4 + 5$  ko‘phad butun koeffitsientli ko‘phadlar kvdratlari yig‘indisi ko‘rinishida shunday yozinki, bunda ko‘phadlar soni eng katta bo‘lsin.
7. Olimpiada hakamlar hay‘ati a‘zolari  $A$  yoki  $B$  masalalardan qaysi birini olimpiada topshirig‘iga kiritish haqida qarorni qabul qilmoqda. Bunda barcha hakamlar alfavit bo‘yicha navbatma-navbat shu masalalardan qaysi biri unga ko‘proq yoqqani haqida ma‘lum qilmoqda. Natijada  $A$  masala 11 : 5 hisob bilan «g‘olib» bo‘lgani va har qanday onda unga berilgan ovozlar soni  $B$  masalaga berilgan ovozlar sonidan kamida 2 barovar katta bo‘lgani aniqlandi. Ovoz berish nechta usulda amalga oshirilishi mumkin?

«Hamjihatlik formulasi» / «Uchinchi mingyillik» nomli  
Xalqaro Matematika olimpiadasi  
2016-2017 o'quv yili. 1-bosqich

R11-sinf uchun masalalar

*Iltilimos, javoblaringizni asoslashni unutmang.*

1. Nechta natural  $n$  uchun

$$\sin \frac{10\pi}{n} > \cos \frac{10\pi}{n}$$

tengsizlik bajariladi?

2.  $n^2 + 3$  va  $(n + 1)^2 + 3$  sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisining eng maksimal qiymati qanday bo'lishi mumkin? Bu yerda  $n$  - natural son.
3.  $x$  va  $y$  sonlar natural yoki 0 bo'lsa,  $2^x + 3^y$  ko'rinishdagi son *ajoyib* deyiladi. Ravshanki,  $5 = 2^1 + 3^1 = 2^2 + 3^0$  va  $11 = 2^3 + 3^1 = 2^1 + 3^2$  sonlar ikki karra ajoyib ekan (ya'ni ular bunday ko'rinishda ikki usulda ifodalanadi). Ikki karra ajoyib sonlar jami bo'lib nechta?
4.  $ABC$  uchburchakning  $AB$  va  $BC$  tomonlarida  $AX = BY$  shartni qanoatlantiradigan  $X$  va  $Y$  nuqtalar olingan. Bunda  $A, X, Y, C$  nuqtalar bitta aylanada yotadi.  $B_1$  nuqta  $B$  burchak bissektrisaning asosi bo'lsin.  $XB_1$  va  $YC$  to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishini isbotlang.
5. Ota o'g'liga 13 ta bir xil bo'lgan koptok jo'natmoqchi. Buning uchun ota yoqlarining diagonallari 4, 6 va 7 detsimetr ga teng bo'lgan pochta qutisini harid qildi. Bitta koptokni shunday qutiga sig'dirish mumkinligi aniqlandi. Barcha koptoklarni qutiga sig'dirish mumkin ekanligi rostmi?
6. Olimpiada hakamlar hay'ati a'zolari  $A$  yoki  $B$  masalalardan qaysi birini olimpiada topshirig'iga kiritish haqida qarorni qabul qilmoqda. Bunda barcha hakamlar alfavit bo'yicha navbatma-navbat shu masalalardan qaysi biri unga ko'proq yoqqani haqida ma'lum qilmoqda. Natijada  $A$  masala 11 : 5 hisob bilan «g'olib» bo'lgani va har qanday onda unga berilgan ovozlar soni  $B$  masalaga berilgan ovozlar sonidan kamida 2 barovar katta bo'lgani aniqlandi. Ovoz berish nechta usulda amalga oshirilishi mumkin?
7. Butun koeffitsientli kubik ko'phad (ya'ni  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$  ko'rinishdagi ko'phad)  $x$  ning butun qiymatlarida 1, 2, 3, 4 qiymatlarni qabul qila oladimi?