1

№1.

Да, т.к. у меня есть пример таких чисел: ~~6, 9, 1,~~ 9, 6, 1.

~~691~~

$961 = 31^2$;

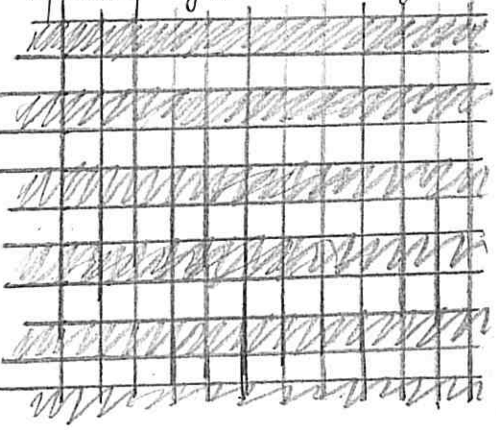
$169 = 13^2$;

$196 = 14^2$.

№2.

Заметим, что у крайних клеток доски, кроме угловых ~~не включая угловые~~, по 3 соседа. Следовательно, ни у одной из них не может быть так, что кол-во ~~чёрных~~ син. соседей = кол-ву белых, т.к. в таком бы случае кол-во соседей было бы равно удвоенному кол-ву ~~чёрных/белых~~ соседей опр. цвета. ~~Всего на каждой стороне по 98~~ Всего в кв-те 100×100 $98 \cdot 4 = 392$ таких клетки, ~~следов~~ $\Rightarrow$ иметь одинаковые кол-ва ~~чёрных~~ син. и белых соседей в кв-те 100×100 могут не $>$, чем $100 \cdot 100 - 98 \cdot 4 = 9608$ клеток, а на не меньшее кол-во у меня есть пример: красим кв-т 100×100 ~~поочерёдными~~ ~~в поочерёдные~~ в горизонтальные полоски толщиной 1 кл.:

пример участка доски (закр.-син., незакр.-бел.)



Заметим, что при такой раскраске угловые клетки будут иметь 1-го соседа такого же цвета, что и выбр. угл. кл-ка сбоку и 1-го соседа противопол. цвета сверху/снизу, а кл-ки, не являющиеся крайними будут иметь по 2 соседа одного цвета с ~~с боков~~ разн. ст-н и 2 соседа др. цвета (сверху и снизу). Соотв-но, ~~для этих~~ вышеописанные кл-ки будут равновесными $\Rightarrow$ всего будет не $<$, чем $4 + 98 \cdot 98 = 9608$, а т.к. большее кол-во невозможно, то наименьш. возм-ым кол-вом равновесных кл. будет $- 9608$.

Ответ: 9608.

№4.

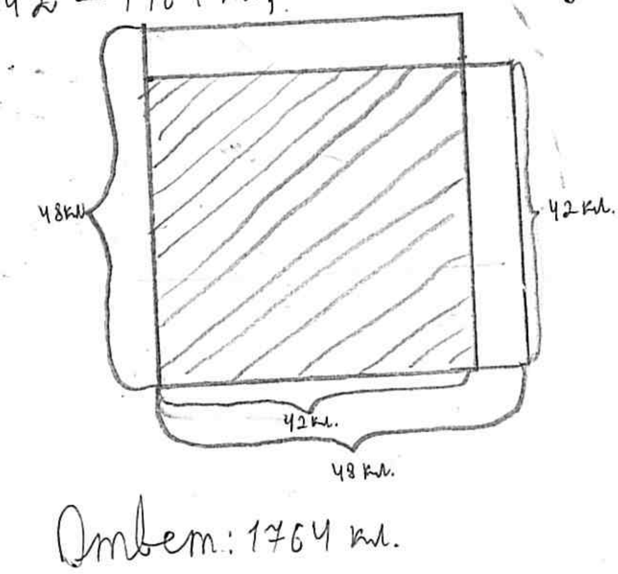
Если у 1-го пр-ка вертик. ст-на ≥ 45 кл., то в него помещается ≥ ~~44·(>44)~~ => $45\cdot(>45) => 2025$ кл, что по условию быть не может => вертик. ст-на 1-го прямоуг-ка ≤ 45 кл.

Если она = 44 кл., то чтобы площадь пр-ка была >2010, но <2020, то горизонт. ст-на должна быть <46, но > 45, т.к. $44\cdot46=2024$, а $44\cdot45=1980$, а это невозможно, т.к. ст-на имеет цело числ. значение в клетках => она ≠ 44 кл.

Если она = 43 кл, то горизонт. ст-на >46, но <47, т.к. $43\cdot47=2021$, а $43\cdot46=1978$. Это невозможно => вертик. ст-на 1-го пр-ка ≤ 42 кл.

По схожим рассуждениям с заменой вертик. ст-ны 1-го пр-ка на горизонт. ст-ну 2-го и гориз. ст-ны 1-го на вертикальную ~~вер~~ второго узнаём, что горизонт. ст-на 2-го пр-ка ≤ 42 кл.

Заметим, что пересечение пр-в не выше, чем вертик. сторона любого из них и не шире, чем любая горизонтальная ст-на прямоуг-ов (ведь иначе пр-к уже ~~вы~~ ниже части себя). Тогда пересечение не выше чем 42 кл. и не шире, чем 42 кл => его площадь не >, чем $42^2 = 1764$ кл, а на такую площадь есть пример:



$S_1 = 42\cdot48 = 2016$

$S_2 = 42\cdot48 = 2016$

$S_{общ} = 42^2 = \underline{1764}$

Ответ: 1764 кл.

3

№5.

Заметим, что ~~по любым~~ для любой пары разн. чисел игры можно единственным способом подобрать сущ-ее число игры, входящее с ними в сет: для каждого разряда брать соотв-ю цифру: равную каждой из цифр данного разряда в выбр. числах, если цифры разряда совп-ют или ~~равную~~ равную оставшейся из трёх возм. цифр, если цифры данного разряда у чисел разные. Это число будет сущ-ть, т.к. в наборе есть все возм. составимые четырёхзн. числа из данных цифр и если получ. число совпадёт с одним из выбр., то, ~~выбрав из~~ вычислив по ним третье, получится, что другое выбр-е было = ~~перв~~ ~~данн~~ данному что невозможно, т.к. мы брали разные числа.

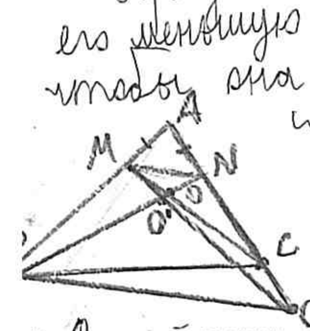
По вышеописанным рассуждениям ясно, что для любой пары разн. чисел игры есть только 1 сет, а т.к. в каждом сете ~~есть~~ можно выбрать 3 пары разн. чисел, входящих в игру, то ~~мы можем посчитать утроенное~~ ~~кол-во сетов игры~~ кол-во пар разл. чисел в игре соотв-е утроенному кол-ву сетов в игре, т.к. ~~для любой~~ любой паре соотв. 1 сет, а любому сету — 3 пары

Всего ~~пар~~ чисел $3^4 = 81$ (т.к. для каждого из 4 разр. 3 варианта цифры) $\Rightarrow$ всего пар разл. чисел $\frac{81 \cdot 80}{2} = 3240 \Rightarrow$ всего сетов $\frac{3240}{3} = 1080$.

Ответ: 1080 сетов.

№3.

Предположим, что $\triangle ABC$ неравнобедренный. Тогда продлим его меньшую сторону при $\angle A$ за конец противоположный A так, чтобы она стала равна другой (пусть меньшая ст-на – AC. В ином случае будет симметрично). Заметим, что в таком сл-е $\triangle BMN = \triangle CNM$ по $NC' = MB$, $\angle BMN = \angle C$



$NC' = MB$, т.к. $AM = AN$ и $AB = AC' \Rightarrow$ (т.к. $180° - \angle AMN = 180° - \angle ANM$) и $MN = MN \Rightarrow MC' = NB$; $\angle C'MN = \angle BNM$

$\Downarrow$

$O'M = O'N$

(Второй конец нов. отр-ка – C', а его пересеч. с BN – O')

$BO' = C'O'$

Заметим, что $BO > BO'$, а $CO < C'O' \Rightarrow BO > CO$, что противоречит условиям $\Rightarrow$ противоречие. $\triangle ABC$ равнобедренный.