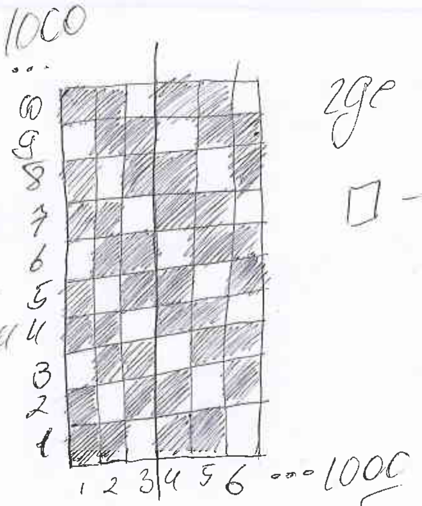
№1

Раскрасим доску так:



где ▨ - синяя плитка, а □ - белая.

Будем рассматривать доску по столбцам.

Рисунок периодичен с периодом 3 (где 3 - число столбцов).

Для подсчета равновестных синих плиток будем использовать столбцы 2, 3 и 4.

В Столбце 2: (1000 div 3)·2-2 равновестных синих клеток (у первой и последней по 3 клетки-соседа).

В столбце 3: (1000 div 3)·2 равновестных синих клеток.

~~и в столбце 4.~~

В столбце 4: (1000 div 3)·2-2 равновестных синих клеток.

Значит в одном периоде: 6 (1000 div 3) -4 равн. синих клетки.

Доска содержит 332 периода + 1, 2, 3 столбец. В столбцах под номерами 1, 1000 имеется по 2 равн клетки ⇒

Всего: 332 (6 (1000 div 3) - 4) + (1000 div 3)·2-2 + + (1000 div 3)·2 + 4 = 332 (6·333-4) + 333·2 + 333·2 + 2 = = 1994·332 + 1332 + 2 = $\boxed{663342}$, что больше, чем 600 000

Ответ: Возможно.

№2.

Подставим числа 0;1: $2^0+0^{2016}=1$ (простое число)

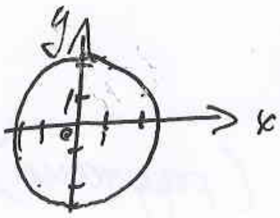
$2^1+1^{2016}=3$ (простое число)

Ответ: 0;1.

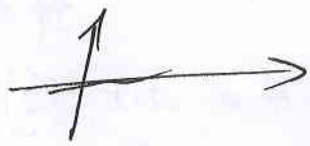
№3.

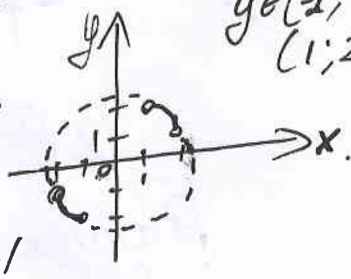
1) Рассмотрим уравнение и первое неравенство

Построим график уравнения $x^2+y^2=5$.



учтём, что $|x-y|\le 1$:

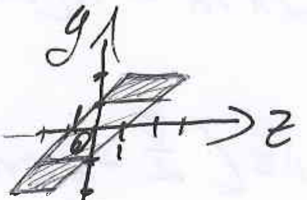




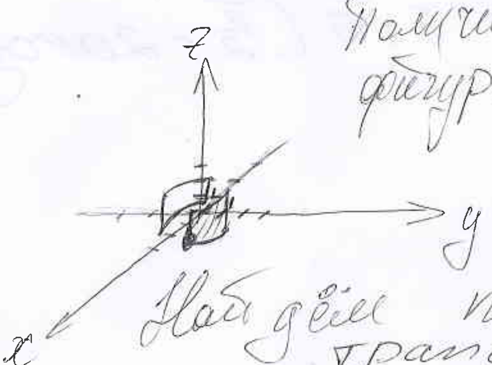
$y\in(-2;-1)\cup(1;2)$.

2) Рассмотрим неравенство $|y-z|\le 1$

с учётом ОДЗ(y):



3) Построим график x, y, z



Получилось 2 одинаковые фигуры.

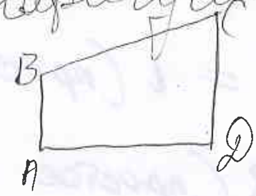
$S=2S_1$

Найдём площадь одной из них как площадь трапеции ~~треугольника и площадь прямоугольника~~

[2]

|см на обороте|

Нарисуем развёртку трапеции:



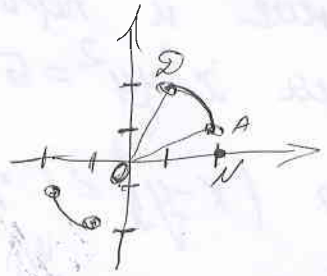
$$S_1 = \frac{AB+CD}{2}\cdot AD$$

По графику $y(z)$ видно, что

$AB = z_{max}$ при $y=1$, $CD = z_{max}$ при $y=2$

$AB = 2$; $CD = 3$.

Для того, чтобы найти AD, вернемся к графику $y(x)$



Найдём $\angle DOA$

$\operatorname{tg}\angle DON = 2$

$\operatorname{tg}\angle AON = \frac{1}{2}$

$\angle DOA = \operatorname{arctg}(2) - \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{2}\right)$ (радианы)

Радиус окружности $= \sqrt{5}$ $\Rightarrow$

длина окружности $= 2\pi\sqrt{5}$

Дуга $AD = \dfrac{\operatorname{arctg}2 - \operatorname{arctg}\frac{1}{2}}{2\pi}\cdot 2\pi\sqrt{5} = \sqrt{5}\left(\operatorname{arctg}2 - \operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)$

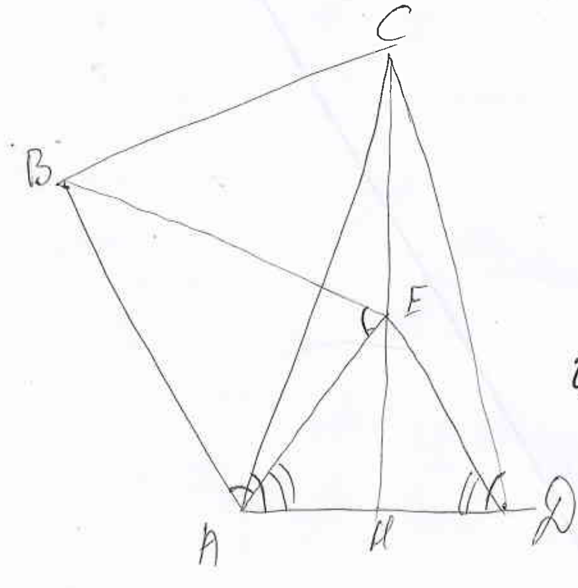
~~$= \sqrt{5}($~~

$S_1 = \dfrac{AB+CD}{2}\cdot AD = 2{,}5\cdot\sqrt{5}\left(\frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)$

$S = 2S_1 = 5\sqrt{5}\left(\frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)$

Ответ: $5\sqrt{5}\left(\frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\frac{1}{2}\right)$.

№4



Дано: $\angle BAE = \angle BEA = \angle CAD = \angle CDA = 80$
$\angle EAD = \angle EDA = 50^\circ$.

Доказать: $\triangle BCE$ - равностор.

Док - во:

1) $\angle AED = 180^\circ - 2\angle EAD = 80^\circ$.
$\angle CED = 180^\circ - \angle EDC - \angle ECD = 180^\circ - (80^\circ - 50^\circ) - (180^\circ - 2\cdot 80^\circ) = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ = 130^\circ$.
$\angle BCE = 360^\circ - \angle BEA - \angle AED - \angle CED = 60^\circ$.

2) Выразим BE и CE через AH.
$\triangle ABE \sim \triangle ACD$ по 2 м углам.

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}, \quad BE = \frac{AE \cdot CD}{AD}$$

$$AE = \frac{AH}{\cos\angle EAH}, \quad CD = \frac{AH}{\cos\angle CAH}, \quad AD = 2AH$$

$$BE = \frac{AH}{2\cos 50^\circ \cos 80^\circ}$$

$$CE = CH - EH = AH\,tg\,80^\circ - AH\,tg\,50^\circ = AH(tg\,80^\circ - tg\,50^\circ)$$

С учётом тригонометрических преобразований:

$$\frac{1}{2\cos 50^\circ \cos 80^\circ} = tg\,80^\circ - tg\,50^\circ \Rightarrow BE = CE \Rightarrow$$

$\angle EBC = \angle ECB$.

3) $\angle EBC + \angle ECB + \angle BEC = 180^\circ$.
$\angle EBC = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ = \angle ECB \Rightarrow$
$\triangle BEC$ равносторонний, т.к. в нём углы по 60°.

$\boxed{4}$

№5

Найдём кол-во сетов для каждой сложности.

1) Для сложности $\boxed{1}$:

для числа 1111 кол-во сетов: $4 \cdot 2 = 8$,

4 варианта изменения расположения цифры по 2 цифры (2, 3).

Всего чисел, состоящих из цифр 1, 2, 3: 81.

Значит сетов сложности $\boxed{1}$: $81 \cdot 8$.

2) Для сложности $\boxed{2}$:

для числа 1111 кол-во сетов: $6 \cdot 4 = 24$ вар.

6 вариантов изменения расположения цифр по 4 комбинации (22, 23, 32, 33).

Всего для сложности $\boxed{2}$: $81 \cdot 24$

3) Для сложности $\boxed{3}$:

для числа 1111 кол-во сетов: $4 \cdot 8 = 32$ вар.

4 варианта изменения расположения цифр (●●●○, ●●○●, ●○●●, ○●●●) по 8 комбинаций (222, 223, 232, 233, 322, 323, 332, 333)

Всего для сложности $\boxed{3}$: $81 \cdot 32$ вар,

что больше, чем $81 \cdot 24$ и $81 \cdot 8$ ⇒ сетов сложности $\boxed{3}$ больше всего.

~~Ответ: сетов сложности 3 больше~~

4) Для сложности 4: вариантов для числа 1111: $1 \cdot 16 = 16$, где 1 - кол-во изменения расположения цифр (все цифры должны быть изменены), 16 - комбинации 2 цифр на 4 местах.

Всего сетов сложности 4: $81 \cdot 16$

$\boxed{5}$ 5) Для сложности 0: 81 вариант, так как все 3 числа должны быть одинаковыми.

(см на обороте)

Ответ: сетов сложности 3 больше всего.

$\boxed{6}$