

$2^{2016} + n$ - простое число.

ураи. $n \equiv 2$

уд $2^n \equiv 2$, $n^{2016} \equiv 2$. Сумма двух простых чисел - число. Но единственное простое натуральное простое число 2. Значит $2^n + n^{2016} = 2$. Минимальное $n \equiv 2$ - это 2.

$2 + 2^{2016} \neq 2$. Тогда $2^n + n^{2016} > 2$ - не удовлетворяет условию. Значит n не может быть $\equiv 2$.

ураи. n - нечетно. Посмотрим все остатки при делении 3, которые может давать n .

$n \equiv 0 \pmod{3}$. $2016 = 3 \cdot 672$

Значит $n = 3k, k \in \mathbb{N}$.

$$2^{3k} + (3k)^{2016} = (2^k)^3 + ((3k)^{672})^3 = (2^k + (3k)^{672}) \left(2^{2k} - 2^k \cdot (3k)^{672} + (3k)^{1344} \right)$$

число простое, если

$$\begin{cases} 2^k + (3k)^{672} = 1 \\ 2^{2k} - 2^k \cdot (3k)^{672} + (3k)^{1344} = 2^{3k} + (3k)^{2016} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 2^k + (3k)^{672} = 2^{3k} + (3k)^{2016} \\ 2^{2k} - 2^k \cdot (3k)^{672} + (3k)^{1344} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

или (1): $2^k + (3k)^{672} = 1$. Тогда $2^k + (3k)^{672} > 1$ - не удовлетворяет условию. Как $k \in \mathbb{N}$, то $\begin{cases} 2^k \geq 2 \\ (3k)^{672} \geq 3 \end{cases}$ берем сумму. Тогда (1) не имеет решения.

или (2): $2^k + (3k)^{672} = 2^{3k} + (3k)^{2016}$

$\in \mathbb{N}$. Проверим при $k=1$: $2 + 3^{672} = 8 + 3^{2016}$ - не удовлетворяет. И $k > 1$ функции 2^k и $(3k)^x$ являются возрастающими, если $2^k < 2^{3k}$, $(3k)^{672} < (3k)^{2016}$. Тогда $2^k + (3k)^{672} < 2^{3k} + (3k)^{2016}$.

и (2) не имеет решения.

ураи. $n \equiv 1 \pmod{3}$.

$2^{2016} \equiv 1 \pmod{3}$.

$2 \equiv -1 \pmod{3}$.

$2^n \equiv (-1)^n \equiv -1 \pmod{3}$.

уд $2^n + n^{2016} \equiv 1 - 1 \equiv 0 \pmod{3}$. Число $\equiv 3$, единственно возможное $n=1$, при $n \neq 1$ число

$2^1 + 1^{2016} = 3$ - уд.

$2^n + n^{2016}$ - составное - не уд.