Задача № 3.

$\begin{cases} x^2+y^2 \geq 5 \\ |x-y|<1 \\ |y-z|<1 \end{cases}$ ① $|x-y|=1$ $\begin{cases} y=x-1 \\ y=x+1 \end{cases}$ ② $|y-z|=1$ $\begin{cases} y=z-1 \\ y=z+1 \end{cases}$

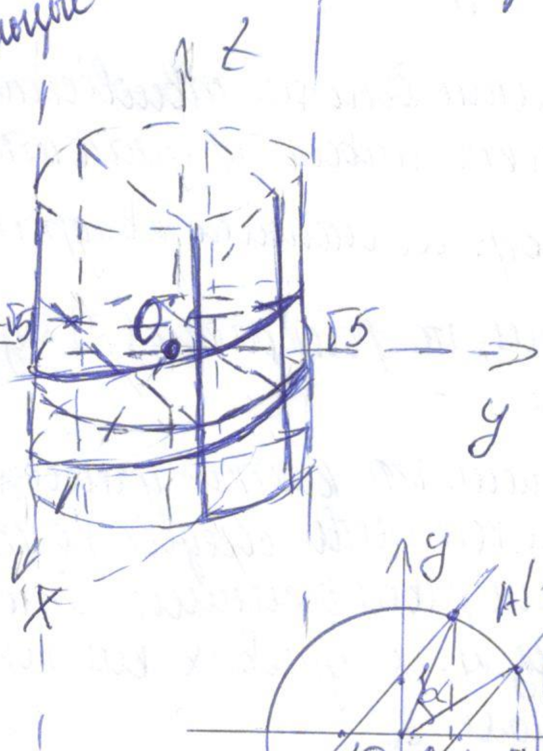
Нарисуем границу. Т.к. знак меньше, то нам нужна внутренняя часть. Уравнение $x^2+y^2=5$ - задает окружность с центром в т. O (0;0) в плоскости Oxy. В пространстве оно задает цилиндрическую поверхность. У окружность радиус $\sqrt{5}$; $z \in R$.

Строим параллельные секущие плоскости

плоскости из

$y=x+1$, $y=x-1$, $z \in R$

и $y=z-1$, $y=z+1$, $x \in R$



$\begin{cases} y=x+1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ (1) $\begin{cases} y=x-1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ (2)

(1) $2x^2+2x-4=0$

$x^2+x-2=0$

$x=-2$: $y=-1$ - не уд

$x=1$: $y=2$

(2) $x^2+x^2-2x+1-5=0$

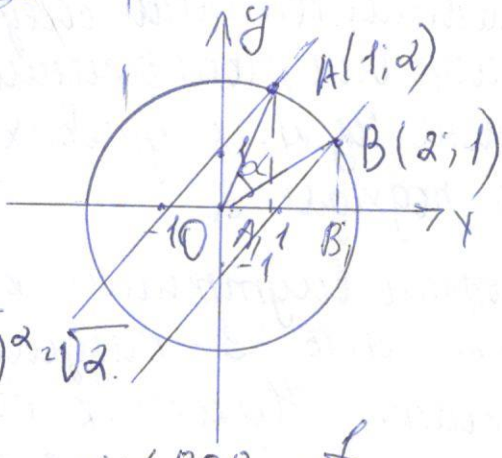
$2x^2-2x-4=0$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2$: $y=1$

$x=-1$ - не уд.



$OA_1=1$

$OB_1=2$.

$AB=\sqrt{(2-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{2}$.

$\cos\angle BOB_1=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\angle BOB_1=\frac{1}{\sqrt{5}}$

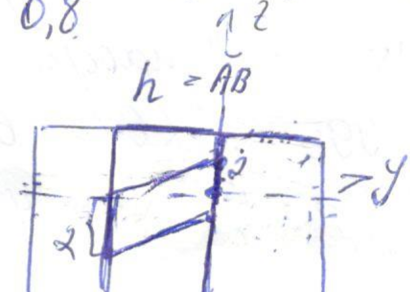
$\cos\angle AOA_1=\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin\angle AOA_1=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\cos\alpha=\cos(\angle AOA_1-\angle BOB_1)=\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$

$\alpha=\arccos 0,8$

$\smile AB=\frac{\pi\sqrt{5}}{180^\circ}\arccos 0,8$

Сделаем развертку



Искомая площадь

$2\arccos 0,8\cdot\frac{2\pi\sqrt{5}}{180^\circ}=$

$=\frac{4\pi\sqrt{5}}{180^\circ}\arccos 0,8$

Ответ: $\frac{4\pi\sqrt{5}}{180^\circ}\cdot\arccos 0,8=\frac{\pi\sqrt{5}}{45^\circ}\arccos 0,8$

4