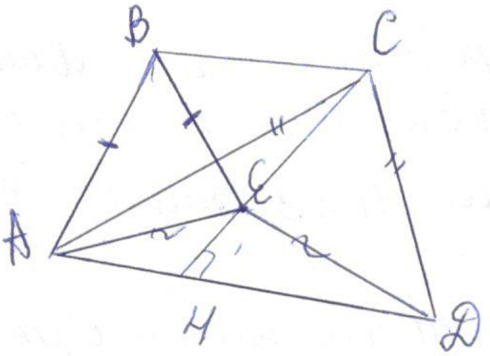
Задача № 4.



$\angle BAE = \angle BEA = 80° \Rightarrow AB = BE$; $\angle ABE = 20°$

$\angle CAD = \angle CDA = 30° \Rightarrow \angle ACD = 20°$, $CA = CD$

$\angle EAD = \angle EDA = 50° \Rightarrow \angle AED = 80°$, $AE = ED$

Проведем CE

Проведем в $\triangle$ке AED высоту EH.

Т.к. $\triangle AED$ - равнобедренный, то EH - высота, медиана и биссектриса. $AH = HD$. Тогда в треугольнике ACD - H - основание высоты, медианы и биссектрисы, т.к. делит основание р/б $\triangle$ка AD на равные части. Получаем, что точка E лежит на CH, $CH \perp AD$.

Тогда из $\triangle AEH$: $90° - 50° = 40°$.

$\angle BEH = 40° + 80° = 120°$. Из смежных углов получаем, что $\angle BEC =$
$= 180° - 120° = 60°$.

Теперь докажем, что $BE = CE$

У треугольников ABE и ACE есть общая сторона AE. Мы можем найти все углы. Попробуем воспользоваться теоремой синусов и выразим нужные стороны.

$\triangle ACE$: $\angle ACE = \frac{1}{2} \cdot 20° = 10°$

$\angle CAE = \angle CAD - \angle EAD = 80° - 50° = 30°$

В $\triangle BAE$ по теореме синусов:

$$\frac{AE}{\sin 20°} = \frac{BE}{\sin 80°} = \frac{BE}{\cos 10°}$$

$$AE = \frac{BE \cdot \sin 20°}{\cos 10°}$$

В $\triangle ACE$: $\frac{AE}{\sin 10°} = \frac{CE}{\sin 30°} \Rightarrow AE = 2CE \cdot \sin 10°$

Приравняем: $\frac{BE \cdot \sin 20°}{\cos 10°} = 2CE \cdot \sin 10°$

$BE \cdot \sin 20° = CE \cdot 2\sin 10° \cos 10° = CE \cdot \sin 20°$

$BE = EC$

Тогда $\triangle BEC$ - равнобедренный $\triangle$к с углом $60°$. Значит, что он равносторонний.

Т.Т.Д.