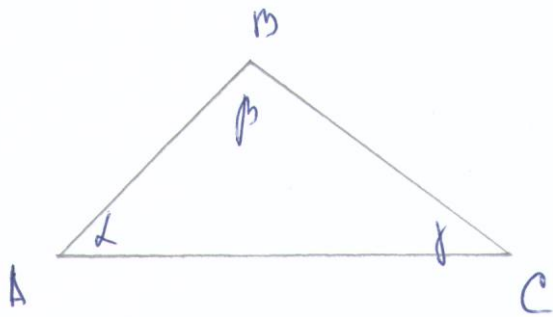


11



Дано: $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma = 2016$
 Найти: величину наибольшего угла.

Решение.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma &= \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} (\pi - (\alpha + \beta)) = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \\ &= \operatorname{tg} (\alpha + \beta) (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) - \operatorname{tg} (\alpha + \beta) = -\operatorname{tg} (\alpha + \beta) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \gamma = 2016 \end{aligned}$$

Заметим, что т.к. произведение трёх тангенсов положительное число, то все тангены должны быть нули (случай, когда два тангенса меньше нуля невозможен, т.к. тогда два угла в треугольнике больше 90° , что было бы невозможно). Тогда значение тангенса наибольшего угла должно быть как можно большим. Пусть α - наибольший угол треугольника. Тогда $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \approx 2016$. $\sin^2 \alpha \approx 2016^2 \cos^2 \alpha$ $\sin^2 \alpha \approx \frac{2016^2}{2016^2 + 1}$. Т.е.

$\sin \alpha$ стремится к 1, а значит, α стремится к 90° , но т.к. $\operatorname{tg} 90^\circ$ не определен, то $\alpha \neq 90^\circ$. Значит, $89^\circ \leq \alpha < 90^\circ$.

Ответ: $\alpha \in [89^\circ; 90^\circ)$.