

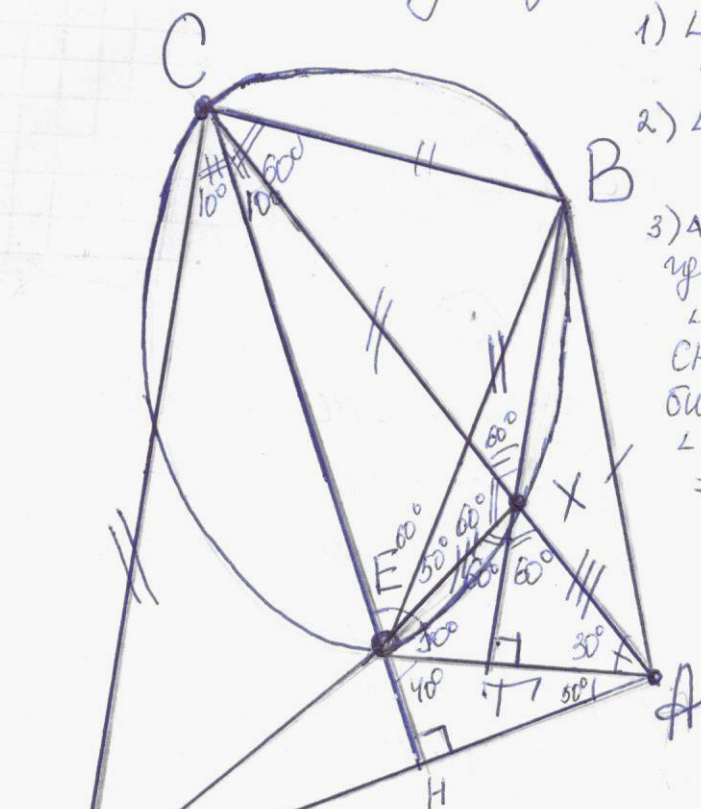
Задача №4

Дано:

$ABCD$ - выпуклый
 $\angle BAE = \angle BEA = 80^\circ$
 $\angle CAD = \angle CDA = 80^\circ$
 $\angle EAD = \angle EDA = 50^\circ$

доказать, что
 $\triangle BEC$ - равностор.

Анализ и решение:



- 1) $\triangle ABE$ равнобедренный,
 где $AB = BE$
- 2) $\triangle CAD$ - равнобедренный,
 где $CD = CA$
- 3) $\triangle EAD$ - равнобедренный,
 где $AE = ED$
 $\angle CAE = 30^\circ$, $\angle AED = 80^\circ$
 CH - высота, медиана и
 биссектриса в $\triangle PCA$.
 $\angle ACH = \angle HCD = 10^\circ$
 $\Rightarrow \angle BEC = 60^\circ$

Рассмотрим треугольник BEA .

Проведем в нем прямую $BT \perp EA$,

т.е. высоту. В $\triangle EXA$: $\angle XEA = \angle XAE = 30^\circ$, т.е. XT в

нем высота, медиана и биссектриса. Тогда $\angle EXT = \angle TXA =$
 $= 60^\circ$ ($\triangle EXA$ - равнобедренный)

Заметим, что $\angle TXA$ и $\angle CXB$ - вертикальные. Это
 значит, что $\angle CXB = \angle TXA$

Точки X и E видны из концов отрезка BC под
 одинаковым углом. Это означает, что точки E, C, B, X
 лежат на одной окружности.

Тогда $\angle BXE = 180^\circ - \angle EXT = 120^\circ$
 По свойству вписанного четырехугольника сумма $\angle BCE$ и $\angle BXE$
 равно 180° , тогда $\angle BCE = 180^\circ - \angle BXE = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
 Угол при основании $\triangle BCE$ по 60° , он равнобедренный.
 Значит еще и равносторонний

m z m g

(4)