1 Страница

№2

Если $n \vdots 2$, то $2^n \vdots 2$ и $n^{2016} \vdots 2$ $\Rightarrow (2^n + n^{2016}) \vdots 2 \Rightarrow (2^n + n^{2016})$ - чётное
$\Downarrow$
не простое

(может быть простым при $2^n + n^{2016} = 2$, а это выполняется только при $n \leq 1$, при $n > 1$ $n^{2016} > 2$, а $2^n > 0 \Rightarrow n \leq 1$ - подходит. Пусть $n = 1$ $2 + 1^{2016} = 3$ - простое число, n - не натуральное)

Если ~~$n \not\vdots 2$, но~~ $n \vdots 3$, тогда $\exists n = 3x$, где x - натуральное число

Тогда наше равенство примет вид $2^{3x} + (3x)^{2016} = (2^x)^3 + ((3x)^{672})^3 =$

$= (2^x + (3x)^{672})(4^x + (9x^2)^{672} + 2^x \cdot (3x)^{672})$

При x - натуральное $2^x + (3x)^{672} > 1$

$4^x + (9x^2)^{672} + 2^x (3x)^{672} > 1$

$\Rightarrow 2^{3x} + (3x)^{2016} = 2^n + n^{2016}$ при $n \vdots 3$ не простое

Если $n \not\vdots 3$ и $n \not\vdots 2$, то $2^n \equiv 2 \pmod 3$

$n^{2016} \equiv 1 \pmod 3$

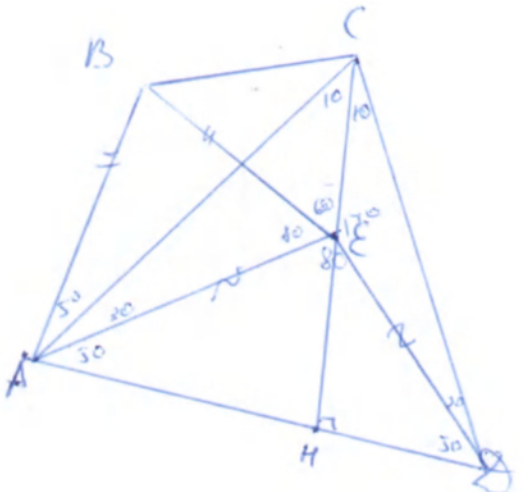
$(2^n + n^{2016}) \equiv 0 \pmod 3$

$\Downarrow$

Если $n \neq 1$, то $2^n + n^{2016}$ - составное (1 мы его уже проверили)

Ответ: $n = 1$

№4



$D = 60$

Дано: $ABCD$ - четырёхугольник

$AB = BE$ $\angle A = E = 80$

$\angle EAD = \angle EDA = 50$ $\angle CAD = \angle CDA = 80$

Д-ть: $\triangle BEC$ - равносторонний

$\angle BAE = \angle BEA = 80°$

$\angle EAD = \angle EDA = 50°$

$\angle CAD = \angle CDA = 80$

$\Rightarrow \triangle BAE$, $\triangle AED$, $\triangle ACD$ - равнобедренные

по сумме углов в треугольниках

$\Downarrow$

$\angle AED = 180° - 2 \cdot 50° = 80°$

$\angle ACD = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$\angle ABE = 180° - 2 \cdot 80° = 20°$

$AE = ED$

$AC = CD$

$\Downarrow$

CE - лежит на биссектрисе, высоте, медиане $\triangle ACD$

$\Downarrow$

$\angle ECD = \frac{\angle ACD}{2} = 10°$

$\angle EDC = \angle EDA + \angle ADC = 30°$

По сумме углов в $\triangle ECD$: $\angle CED = 140°$

2 страница

$\angle BEC + \angle CED + \angle AED + \angle BEA = 360°$ (т.к. покрывают всю плоскость)

$$\Downarrow$$

$$\angle BEC = 360° - 80° - 80° - 140° = 60°$$

По теореме sin для $\triangle ABE$

$$AE = \frac{BE}{\sin\angle BAE} \cdot \sin\angle ABE$$

По теореме sin для $\triangle DEC$

$$EC = \frac{DE}{\sin\angle ECD} \sin\angle EDC$$

$AE = ED$ (т.к. $\triangle AED$ – равнобедренный)

$$EC = \frac{BE \cdot \sin 20° \cdot \sin 30}{\sin 80 \cdot \sin 10°}$$

$$EC = \frac{BE \cdot 2\sin 10° \cos 10° \cdot \frac{1}{2}}{\cos 10° \cdot \sin 10°}$$

$$EC = BE$$

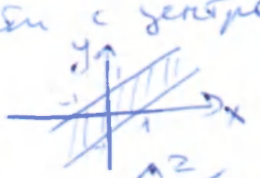
$EC = BE \Rightarrow \triangle BEC$ – равнобедренный (по определению)
т.к. $\angle BEC = 60°$
$\Rightarrow \triangle BEC$ – равносторонний (по признаку) ч.т.д.

№3

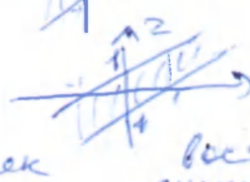
$$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ |x-y|<1 \\ |y-2|<1 \end{cases}$$

$x^2+y^2=5$ – уравнение окружности с центром $(0;0)$ и $R=\sqrt5$

$|x-y|<1 \Rightarrow -1<x-y<1$, $x+1>y>x-1$

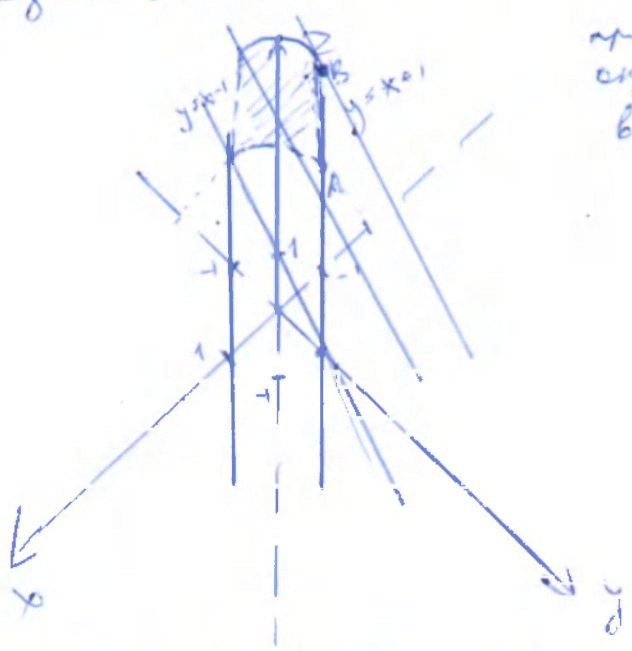


$|y-2|<1 \Rightarrow y+1>2>y-1$

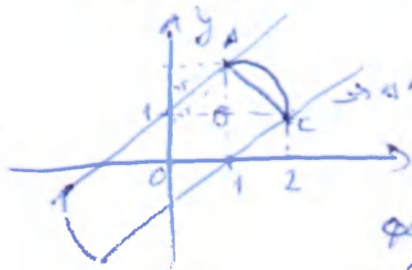


$\Rightarrow$ любая прямая $\perp$ плоскости, заключенная в осях Oxy, будет иметь длину 2 в осях (Ozy) $\Rightarrow$ отрезок равен 2

Изобразим это множество точек



прямая $y=x+1$ пересекает окружность $x^2+y^2=5$ в точке $x=2$, $y=3$, а $y=x-1$ в точке $(1;2)$



$\Rightarrow \triangle ABC$ – прямоуг.
$\Downarrow$
AC по т. Пифагора $AC=\sqrt2$

$$AO = OC = R = \sqrt5$$

По т. cos для $\triangle AOC$:

$$\cos\angle AOC = \frac{4}{5}$$

$$\angle AOC = \arccos\frac{4}{5}$$

Т.к. симметричная фигура заключена во данном промежутке ($y+1>2>y-1$), то можно подсчитать площадь „кусочка" цилиндра с образующей 2 и дугой $\arccos\frac{4}{5}$, а после домножить на 2.

3 страница

длина дуги AC · $\left(\frac{2\pi\cdot R\alpha}{360^\circ}\right)$ $\frac{2\pi\sqrt{5}\arccos\frac{4}{5}}{360^\circ}$

$S_{бок} = 2\cdot(l\cdot\smile AC) = \cancel{2\cdot 2\cdot}\frac{2\pi\sqrt{5}\arccos\frac{4}{5}}{\cancel{360^\circ}\, 45^\circ} = \frac{\pi\sqrt{5}\arccos\frac{4}{5}}{45^\circ}$

Ответ: $\frac{\pi\sqrt{5}\arccos\frac{4}{5}}{45^\circ}$

№5

Если 1 сложности (3 совпадающих разряда): расположение совпадающих разрядов C_4^3. выбор 1 совпадающего - 3 варианта, второго - 3, третьего - 3. 3! - варианты несовпадающего разряда, но при таком подсчете мы каждый раз считаем 3!

$$\frac{C_4^3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3!}{3!} = 4\cdot 3^3$$

2 сложности: C_4^2 - расположение совпадающих разрядов.
$3\cdot 3$ различных значений
$3!\,3!$ - несовпадающих разрядов
$2!$ - сколько раз считаем

$$\frac{4!\cdot 3\cdot 3\cdot 3!\cdot 3!}{2!\cdot 2!\cdot 3!} = 12\cdot 3^3 = 3^4\cdot 4$$

3 сложности по аналогии C_4^1; 3; $(3!)^3$; 3!

$$\frac{3\cdot 4\cdot 3!\cdot 3!\cdot \cancel{3!}}{3!} = 3^3\cdot 16$$

4 сложности: $(3!)^4$ - вариантов различных совпадающих разрядов
3! - повторов

$$\frac{(3!)^4}{3!} = (3!)^3 = 3^3\cdot 8$$

Ответ: 3 сложности больше всего