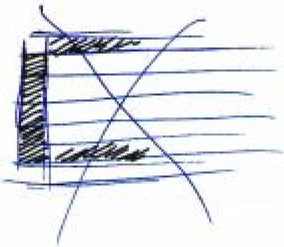
1 $ABC = 961 = 31^2$

$CBA = 169 = 13^2$

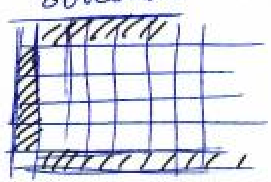
$CAB = 196 = 14^2$

2. смотрим, у нас есть данная доска; клетки на ней можно поделить на 3 типа: боковые, угловые, внутренние (примеры)

1

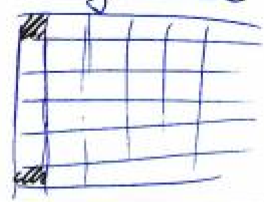


боковые



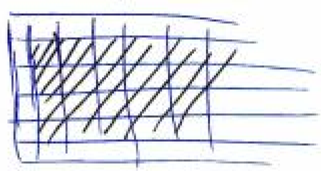
2.

угловые



внутренние

3



Смотрим 3 вариант ... в нем каждую клетку окружают 4 другие; 2 вариант ... в нем каждую клетку окружают 2 другие; 1 вариант ... в нем каждую клетку окружают 3 другие => в вариант №3 не может быть равновесных клеток т.к его окружает четное число клеток т.е кол-во синих и белых будет разное. => В каждом столбце и строке по 100 клеток минус 2 угловые итого 98·4 - боковых клеток. Значит максимальное кол-во равновесных клеток: 100×100 - 98·4 = 9.608 Далее нам нужно привести пример на 9.608 клеток, чтобы подтвердить оценку...

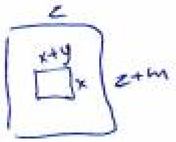
полностью квадрат 100×100 я рисовать не буду, но пример раскраски такой:

б	с	б	с	б	с
б	с	б	с	б	с
б	с	б	с	б	с
б	с	б	с	б	с
б	с	б	с	б	с
б	с	б	с	б	с

При этом внутренние клетки окружают 2 одного цвета из своего ряда и 2 других цветов из соседних строк, а угловые 1 из своего ряда и 1 из соседней строки

5. Сначала посчитаем сколько всего чисел. На первом месте одно из 3, на втором, третьем и четвертом одно из трех и того у нас $3^4 = 81$ число. Далее возьмем любое число, к примеру 1231 сначит следующее число должно содержать в себе (2/3) (3/1) (2/1) (3/2) - это $2^4 = 16$ всего вариантов 2-ого числа, а третье выбирается методом исключения (т.к из 3ех цифр 2 будут уже даны) Но у нас может получиться два варианта в котором 2ое из первого варианта совпадет с 3-им числом из 2-варианта и наоборот, поэтому 16 нужно разделить на 2 => = 8, что мы получаем ~~вариан~~ для 81 числа 8 вариантов т.е 81·8 вариантов и мы должны это поделить еще на 3 т.к на месте нашей 1231 (к примеру могут стоять 2 и 3 число т.е мы повторим комбинацию трижды если будем считать каждое число) => число вариантов $= \frac{81 \cdot 8}{3} = 216$ вариантов сетов.

4. Рассмотрим если 1-ый прямоугольник находиться внутри другого

1в 

(По условию задачи: у одного горизонтальная больше вертикальной стороны и у другого ~~треугольн~~ прямоугольника горизонтальная меньше вертикальной, т.е. что на рисунке можно представить так)

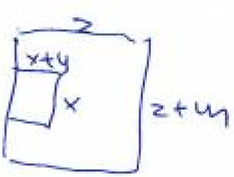
смотрим S маленького ▭ $=(x+y)x$

А площадь большего $= z(z+m)$ При этом она будет больше, чем $(x+y+2)(x+3)$ т.к от м. прямоугольника относительно z можно отступить на клеточку в право и в лево и относительно $z+m$ по одной клетке при том $z+m > z$ поэтому если можно было бы отступить только z клеточки, то было бы верно, то что $x+y+2 \leq x+2$ из чего следует, что $y=0$ $\Rightarrow$ относительно x можно отступить 3 клетки $\Rightarrow (x+y+2)(x+3) \leq z(z+m)$

$x^2+yx+5x+6+3y \leq z(z+m)$ т.к $(x+y)x \geq 2011$ (по условию задачи, то)

$2011+5x+6+3y \leq z(z+m)$ $2017+5x+3y \leq z(z+m)$. $z(z+m)$

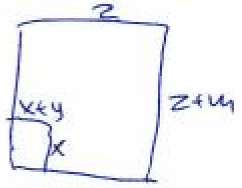
должно быть ≤ 2019 (по условию задачи $\Rightarrow 2017+5x+3y \leq 2019 \Rightarrow 5x+3y \leq 2$ (x и y как минимум $= 1$ $\Rightarrow$ такого варианта быть не может.)

2в 

По тому же методу $(x+y+1)(x+2) \leq 2019$

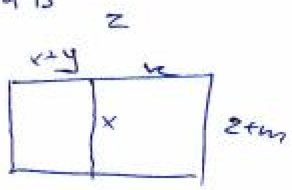
$x^2+yx+3x+2+2y \leq 2019 \Rightarrow 3x+2y \leq 6$, чтобы условие было верно x и y должны быть равны по 1 $\Rightarrow (x+y)x = 2011 \Rightarrow 2 = 2011$ не верно $\Rightarrow$ вариант не верен.

3в



$(x+y+1)(x+z) \le 2019$ (тут аналогично, как и с 2в, просто я там написала 2 место 3, но это только усилило отрицание :))

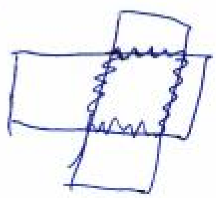
4В



$\Rightarrow$ $z = x+y+k$
$z+m = x$. — противоречие. $\Rightarrow$

остается вариант только тогда когда

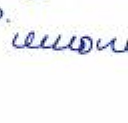
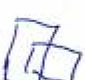
в 1.1



← так. Там S общей части равна произведению меньших сторон. И теперь мы узнаем какие стороны могут быть самыми большими из меньших. Для этого разложим на пр. множители все возможные площади.

1	$2011 = 1 \cdot 2011$
2	$2012 = 2^2 \cdot 503$
3	$2013 = 11 \cdot 3 \cdot 61$
4	$2014 = 2 \cdot 1007$
5	$2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$
6	$2016 = 2^6 \cdot 7 \cdot 3^2$
7	$2017 = 1 \cdot 2017$
8	$2018 = 2 \cdot 1009$
9	$2019 = 3 \cdot 673$

После Рассмотра всех вариантов (1, 4, 7, 8, 9 — почти не подходили, в 3 — мах 33, в 2 — 4, в 5 — 31) Самым лучшим стал — 6 вар — 42. Значит и там и там меньшая часть может стать 42 и тогда ответ $\boxed{42^2}$ (П.С варианты.

(положение прямоугольников:   — аналогичны 1.1. А такие как  — в них не выделена максимально большая часть.)