9 класс.

II. тур Формула единства

① 1) чтобы $\left(\frac{k}{2}\right)!$ был определен, нужно чтобы $\frac{k}{2} \in N$ или $\frac{k}{2}=0$.
Если $k/2=0$, то $k=0$, но $0! \cdot 0 \neq 2016+0 \Rightarrow k\neq 0 \Rightarrow k/2 \in N \Rightarrow k \in N;\ k=2q$

2) $\left(\frac{k}{2}\right)!\left(\frac{k}{4}\right) = 2016+k^2 \Rightarrow (q!)\frac{q}{2} = 2016+4q^2 \Rightarrow \underbrace{(q!)q}_{0 \bmod q^2} = 4032+8q^2$

$0 \underset{q^2}{\equiv} q!\cdot q \underset{q^2}{\equiv} 4032+8q^2 \underset{q^2}{\equiv} 4032 \Rightarrow 4032 = q^2 m$

$\sqrt{4032} = 24\sqrt{7} = q\sqrt{m}$. $q = d(24) = \{1,2,3,4,6,12,8,24\}$

3) подставим q в $q!\cdot q = 4032+8q^2$

$q=1$: $1 \neq 4032+8$ не подходит
$q=2$: $2!\cdot 2 \neq 4032+8\cdot 4$ не подходит
$q=3$: $3!\cdot 3 \neq 4032+8\cdot 9$ не подходит
$q=4$: $4!\cdot 4 \neq 4032+8\cdot 16$ не подходит
$q=6$: $6!\cdot 6 = 4032+8\cdot 36 = 4320$ подходит
$q=12$: $12!\cdot 12 \neq 4032+1148$ не подходит
$q=8$: $8!\cdot 8 \neq 4032+64\cdot 8$ не подходит
$q=24$: $24!\cdot 24 \neq 4032+8\cdot 576$ не подходит

$q=6 \Rightarrow k=2q=12$

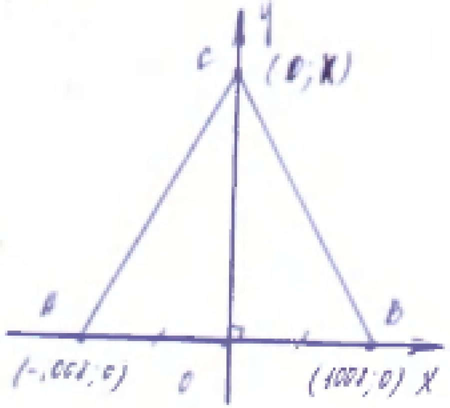
Ответ: 12.

(3) В интересующих нас числах цифрами могут быть только $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$. Всего 6 цифр, значит всевозможных интересующих 5-значных чисел будет 6^5. Всего цифр во всех 5-значных интересующих нас числах будет $5 \cdot 6^5$. Каждая цифра используется одинаковое количество раз, то есть $5 \cdot 6^5/6 = 5 \cdot 6^4$ раз. Значит сумма цифр всех интересующих 5-значных чисел будет равна:

$$1 \cdot 5 \cdot 6^4 + 2 \cdot 5 \cdot 6^4 + 4 \cdot 5 \cdot 6^4 + 5 \cdot 5 \cdot 6^4 + 7 \cdot 5 \cdot 6^4 + 8 \cdot 5 \cdot 6^4 = (1+2+4+5+7+8) 6^4 \cdot 5 = 27 \cdot 5 \cdot 6^4 = 174960$$

Ответ: 174960.

(4) 1) $L = \{S\} - \{B/2\} + 1$, где L – кол-во узлов внутри фигуры, S – площадь фигуры, B – кол-во узлов лежащих на сторонах фигуры. Надо посчитать $L + B = \{S\} - \{B/2\} + B + 1$.



2) Т.к. $AB \parallel OX$, разместим ΔABC на координатной плоскости так, как показано на рисунке (ΔABC – равнобедренный, CO – медиана, и высота, $AO = OB = (2016/2 = 1008)$)

3) По т. Пифагора из ΔCOB: $OC^2 = -OB^2 + BC^2 = -1008^2 + 1533^2 = 1334025 = 1155^2$

$OC = 1155$, $x = 1155$

4) $B = \text{НОД}(|1008 - 0|; |1155 - 0|) + \text{НОД}(|-1008 - 0|; |1155 - 0|) + \text{НОД}(|1008 + 1008|; |0 - 0|) = 2\,\text{НОД}(1008; 1155) + \text{НОД}(2016; 0) = 2 \cdot 21 + 2016 = 2058$ $\{B/2\} = B/2 = 1029$

(для отрезка с координатами концов $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ кол-во ~~точек~~ узлов на нём равно $\text{НОД}(|x_1 - x_2|; |y_1 - y_2|) + 1$)

5) по ф. Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{2541 \cdot 1008^2 \cdot 525} = 1008 \cdot 1155 = 1164240$

6) $L + B = 1164240 - \{B/2\} + B + 1 = S - B/2 + B + 1 = S + B/2 + 1 = 1164240 + 1029 + 1 = 1165270$

Ответ: 1165270