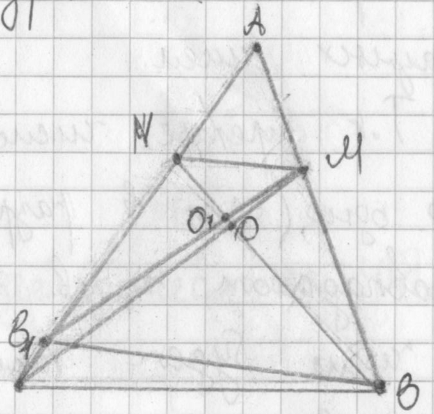
Док-ть: $\triangle ABC$ – равнобедренный

Док-во: I. ~~AM~~



Доп. постр.: $BB_1 \parallel NM$.

Т.к. $BB_1 \parallel NM$, то

$\angle NB_1B = \angle N = \angle M =$

$= \angle B_1BM$

(Т.к. $\triangle NAM$ – равнобедр. и $\angle N = \angle M$,

и т.к. $BB_1 \parallel NM$ и AC и AB – секущие

$\Rightarrow \angle NB_1B$ и $\angle N$ – ~~одно~~ соответств.

$\angle MBC_1 = \angle M$ – соответств.)

II. Т.к. в $\triangle ABB_1$ $\angle B = \angle B_1$, то $\triangle ABB_1$ – равнобедренный и $AB = AB_1$.

III. B_1M пересекает BN в точке O_1.

$\triangle B_1MB = \triangle BNB_1$ по 2 ст. и углу между ними:

1) B_1B – общая сторона

2) $B_1N = BM$ (т.к. $B_1N = AB_1 - AN$, $BM = AB - AM$, и $AN = AM$, $AB = AB_1$)

3) $\angle B = \angle B_1$ т.к. $\triangle ABB_1$ – равнобедр.

Значит, $\angle MB_1B = \angle NBB_1$ как ~~равные~~ соответств. углы равных треугольников.

IV. Т.к. $\angle MB_1B = \angle NBB_1$, то $\triangle B_1O_1B$ – равнобедренный и $B_1O_1 = BO_1$

V. Если $BO_1 > BO$, то $B_1O_1 < CO$, и

т.к. $BO = CO$, то $BO_1 > B_1O_1$. Противоречие

Если $BO_1 < BO$, то $B_1O_1 > CO$ и

т.к. $BO = CO$, то $BO_1 < B_1O_1$. Противоречие

Значит, $B_1O_1 = CO$ и $BO = BO_1$, т.е. точки B_1 и C совпадают.

~~Следовательно B_1B совпадает с CB, а, т.к. $B_1B \parallel MN$, то и $CB \parallel MN$.~~

Следовательно, AB_1 совпадает с AC

И т.к. $AB_1 = AB$, то и $AC = AB$

VI. Т.к. $AC = AB$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный. Ч.т.д.