№1. $1000=4\cdot25\cdot2\cdot5\cdot1$.

№2. Разложим оба числа на множители:

$2015=13\cdot31\cdot5$;

$2016=2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot7$.

~~Построим~~ Возможно 3 варианта построения сторон I прямоугаль.:
$13\cdot31$ и 5; $13\cdot5$ и 31; $31\cdot5$ и 13. При всех выполняются условие.
Посмотрим варианты сторон 2 прямоугольника, при которых выполняются условия.

Гор.	42	32	28	24	21	18	16	14	12	9	7	6	4	3	2	1
Верт.	48	63	72	84	96	112	126	144	168	224	288	336	504	672	1008	2016

Рассчитаем max площадь при каждом варианте построения I прямоугольника:

I. ~~155~~ 403 на 5.

Нужно взять ~~max~~ min возможное меньшее значение вертикальной стороны у II ▭. Это 48 ⇒ S соприкосновения будет $42\cdot5=210$ клетки

II 65 на 31.

Тут аналогично берём 48, т.к. это min возможное значение.
$31\cdot42=1302$ клетки.

III. 155 на 13.

Аналогично берём 48. $42\cdot13=546$ клеток.

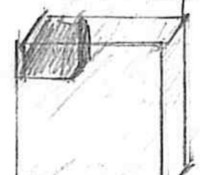
⇓

max кол-во будет 1302 клетки

Ответ: 1302 клетки.

№3. На 4 типичных параллелепипеда. Докажем, почему не делится на 2.

Известно, что у куба все стороны равны, т.е. V куба всегда равен a^3. В этом случае 2 стороны каждого параллелепипеда будут равны a, иначе если хотя бы один из них таковым не будет, то другой просто не сможет заполнить остальную часть куба, оставаясь параллелепипедом. (см. рисунок). Но тогда параллелепипед не выполняет условий задачи, т.к. у него две стороны равны a.



$\Downarrow$

Противоречие!

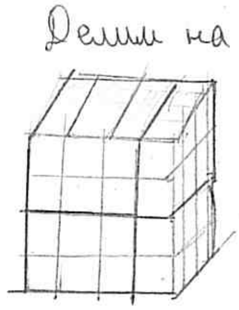
Докажем, что не делится на 3.

При делении куба на 3 параллелепипеда хотя бы одна сторона каждого параллелепипеда будет равна a, иначе опять ~~не~~ параллелепипеда не получится. Тогда сейчас нашей целью будет разделить квадрат на 3 части так, чтобы ~~стороны этих частей~~ эти части были прямоугольными и они не совпадали со сторонами (не были равны a). Этого не получится, объяснение аналогично прошлому. Т.е. на 3 делить тоже нельзя.

Пример деления на 4.

Возьмём квадрат $4\times4\times4$.

Делим на параллелепипеды $2\times3\times4$; $2\times3\times4$; $2\times1\times4$; $2\times1\times4$.



Ответ: на 4 параллелепипеда.

№4 Всего 90000 пятизначных чисел.
Найдём кол-во нравившихся чисел. Сначала узнаем кол-во чисел, начинающихся на цифру, не $\vdots 3$. Всего 9 цифр, на которые число может начинаться, 3 из них $\vdots 3 \Rightarrow$ чтобы найти то, что нам нужно, надо $90000 \cdot \frac{2}{3}$ (3 от 9 будет $\frac{1}{3}$) $= 60000$.
Узнаем кол-во чисел, у которых 1 и 2 слева цифры не $\vdots 3$.
Из 10 возможных цифр 4 из них $\vdots 3 \Rightarrow$ ~~каждое~~ нужных нам чисел 0,6 я общего кол-ва. $60000 \cdot 0{,}6 = 36000$. Аналогично 1 и 2 и 3 не $\vdots 3$, их 21600, 1 и 2 и 3 и 4 будет 12960. А понравившихся Миде чисел будет $12960 \cdot 0{,}6 = \underline{7776}$.

Чтобы узнать Σ всех цифр, надо их ср. арифм. умножить на их кол-во. Всего будет $7776 \cdot 5 = 38880$ цифр, а т.к. они встречаются в равном кол-ве, то ср. арифм. можно высчитать так: $\frac{1+2+4+5+7+8}{6} = 4{,}5$.
$4{,}5 \times 38880 = \underline{174960}$
Ответ: 174960.