

Задача 1.

рис. 1

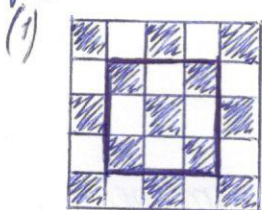


рис. 2

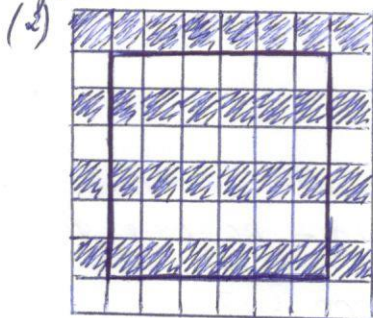
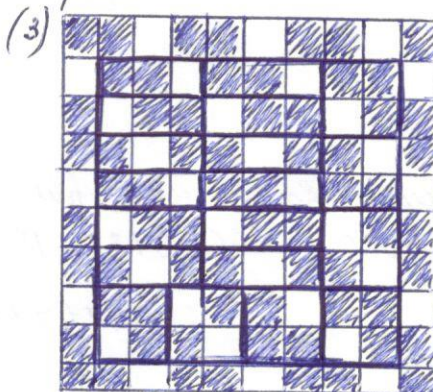


рис. 3



Клетки, стоящие по краю доски (не считая угловые) имеют 3 соседа, т.е. поровну синих и белых соседей они не могут иметь, значит эти клетки не могут быть равновесными. Возьмем внутри доски 'внутреннюю область' со стороной $n-2$, где n - сторона доски.

1) При диагональной раскраске синие клетки имеют только соседей белого цвета, т.е. ни одна синяя клетка не является равновесной, не уд. условию задачи.

2) При раскраске полосами 2 угловых клетки будут являться равновесными, а также все синие клетки из 'внутренней области', но их количество будет равно половине всех клеток из 'внутренней области', т.е. около $\frac{1}{2}$ части всех клеток доски - не уд. условию т.к. в доске 1000×1000 синих равновесных клеток будет:

$$\frac{(1000-2)^2}{2} + 2 = \frac{998^2}{2} + 2 = 498002 + 2 = 498004 - \text{не уд.}$$

$\begin{array}{r} 998 \\ \times 998 \\ \hline 7984 \\ 89820 \\ 89820 \\ \hline 996004 \end{array}$	$\begin{array}{r} 998 \\ \times 332 \\ \hline 1996 \\ 29940 \\ 29940 \\ \hline 331336 \end{array}$
--	--

3) При 'ступенчатой' раскраске ровно 2 из 4-х угловых клеток являются равновесными. ~~При такой раскраске каждая синяя клетка будет равновесной, т.к. имеет по 2 белых и 2 синих соседа.~~ Разделим 'внутреннюю область' на тройки, т.е. по 3 клетки, среди которых 2 всегда будут синими.

В таблице 1000×1000 'внутренняя область' имеет сторону 998, т.е. всего в ней клеток 998×998 .

Количество троек равно: $998 \times \left[\frac{998}{3} \right] = 998 \times 332$, количество синих

равновесных клеток в ней равно $998 \times 332 \times 2 = 331336 \times 2 =$

$= 662672$. Затем оставшуюся полосу 2×998 разобьем на квад-