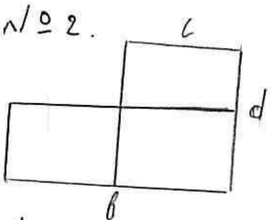
№ 1.

$1000 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 25$

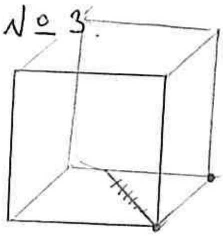
№ 2.



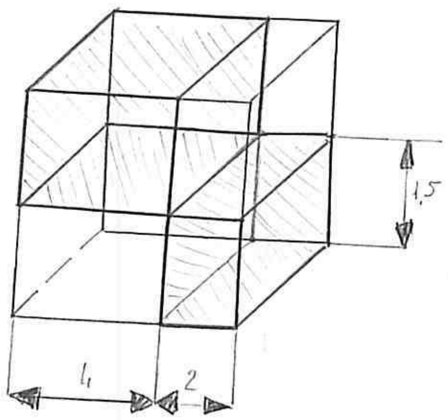
Чтобы получить наибольшее пересечение прямоугольников, надо взять наибольшие значения a и c. Зная, что $a < b$ и $ab = 2015$, мы можем найти наибольшее a. $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31 \Rightarrow a = 31$, т.к. следующие его значение, это $5 \cdot 13 = 65$, что меньше $b = 31$.

Аналогично с c и d. $cd = 2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$. Наибольшее значение $c = 42$. Тогда $d = 48$. Между этими числами делителей 2016-ти нету, значит, если c увеличится, то $c > d$. Что противоречит условию. Значит наибольшее пересечение, это $31 \cdot 42$. Или $S = 1302$ клетки.

№ 3.



Если расположить типичный прямоугольный параллелепипед в ~~квад~~ кубе, то максимум он сможет покрывать только два угла. Т.к. если он покрывает больше, то тогда хотя бы два угла не находятся на одной стороне, значит, одна из сторон параллелепипеда совпадает со стороной куба. А т.к. сторона куба - квадрат, то в параллелепипеде какие-то два размера совпадают. Противоречие, значит один параллелепипед может занимать максимум 2 угла. А т.к. всего 8 углов, то минимум должно быть $8 : 2 = 4$ параллелепипеда. Пример:



№ 4.

Мы имеем только 4 цифры, делящиеся на три: 0; 3; 6; 9. Остальные цифры мы можем использовать: 1; 2; 4; 5; 7; 8.

Посчитаем, сколько раз мы используем каждую из этих цифр:

~~Если одна цифра 1, то нравящихся чисел~~ $\cancel{4^5}\ 5^4$.

~~Чисел, с двумя цифрами 1~~ 5^3

Так-как каждую цифру используют столько же, как и любую другую, то рассматривать будем 1:

Чисел, с одной 1 столько: $5 \cdot 5^4 = 5^5$

Чисел с двумя 1 : $C_5^2 \cdot 5^3 = 10 \cdot 5^3 = 2 \cdot 5^4$

Чисел с тремя 1 : $C_5^3 \cdot 5^2 = 10 \cdot 5^2 = 2 \cdot 5^3$

Чисел с четырьмя 1 : $C_5^4 \cdot 5 = 5 \cdot 5 = 5^2$

Чисел с пятью 1 : 1.

Т.е. всего таких чисел: $5^5 + 2 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^3 + 5^2 + 1 = 3125 + 1250 + 250 + 25 + 1 = 4701$.

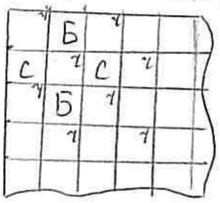
А каждая цифра встречается: $3125 + 2 \cdot 1250 + 3 \cdot 250 + 4 \cdot 25 + 5 \cdot 1 = 6750$. раз.

И сумма всех цифр тогда: $(1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8) \cdot 6750 = 27 \cdot 6750 = 182250$

Ответ: 182250.

№5.

Заметим, что боковые клетки, имеющие по три соседних, не могут быть равновесными. Таких
всего $98 \times 4 = 392$. Пометим клетки все шахматной раскраской (черный и красный)
Изначально покрасим все клетки в синий. У нас 0 равновесных клеток.
Теперь начнем „превращать" черные клетки в равновесные.



Перекрасим клетку (2;1) в белый. Клетка (1;1) стала равновесной.
Красим кл(2;3) в белый. Клетка (2;2) стала равновесной.
Дальше мы можем ~~покрасить~~ превратить любую ближайшую черную клетку в
равновесную, так, что напротив белой клетки будет белая. (кроме боковых)
И таким образом, мы можем сделать сколько угодно черных клеток
равновесными. При этом, мы не изменяем их цветов, значит все красные клетки
все еще не равновесные (т.к. все соседи красных - черные, и наоборот). Теперь, если
взять красный угол (у нас точно найдутся два разноцветных угла, т.к. $100 \vdots 2$) и проделать
то же самое, что и до этого, то мы можем превратить сколько захотим красных клеток
в равновесные. Значит мы можем превратить в равновесные клетки любое кол-во
клеток от 0 до $(10000 - 392)$: от 0 до 9608.

Ответ: n - любое число от 0 до 9608.