№1.

Разложим число 1000 на множители, получим $1000=2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5\cdot5$, для того чтобы числа были различными, некоторые множители перемножим, получим $(5\cdot5)\cdot(2\cdot2)\cdot2\cdot5\cdot1=25\cdot4\cdot2\cdot5\cdot1=1000$

Ответ: 25; 4; 2; 5; 1; $25\cdot4\cdot2\cdot5\cdot1=1000$

№2. Пусть вертикальная сторона первого прямоугольника ~~(S=2015)~~ x, а горизонтальная y. Вертикальная сторона второго прямоугольника x_1, а горизонтальная сторона y_1. Тогда $x<y$ и $x_1>y_1$ (по условию). И тогда $y>y_1$, $x<x_1$.

Для того чтобы площадь их общей части была максимальной (наибольшее кол-во клеток совпали), то значение y должно быть как можно больше приближено к значению y_1, а x и x_1.

Разложим числа 2015 и 2016 на множители, получим $2015=5\cdot13\cdot31$; $2016=2^4\cdot3^2\cdot7$

Сгруппируем их и получим $x=31$, $y=65$; $x_1=48$; $y_1=42$.

Тогда при наложении площадь общей части будет равна $31\cdot42=1302$

Ответ: 1302 - наибольшая площадь общей части (если не переворачивать прямоугольники при наложении, т.е не менять местами x_1 и y_1 так, чтобы x_1 - была горизонтальной, а y_1 - вертикальной)

№3. 1) Допустим, что минимальное число типичных параллелепипедов 2, тогда при разрезании куба одним разрезом получится 2-а нетипичных параллелепипеда, т.к. 2-а измерение станут равными (противоречит условию)

2) Теперь пусть наименьшее число типичных параллелепипедов - 3.

I ~~случ.~~ вариант - Если провести оба разреза через одно измерение. Противоречит условию (п. 1)

II вариант - Если провести разрезы через разные измерение, то получим при разрезании 2 типичных, но один не типичный (1-й разрез делит куб на 2-а нетипичн. параллелепипеда, 2-й на 2-а типичных и один остается нетипичным)

3) Если наименьшее число типичных параллелепипедов 4.

I вариант - Если все ~~три~~ разрезы проходят через одно измерение - противоречие (п. 1)

II вариант - 1-й разрез - делим куба на 2-а нетипичных; 2-й разрез - делим 1-и из не типичных на 2-а типичных; 3-й разрез - делим 2-й нетипичный на 2-а типичных

Ответ: на 4 типичных параллелепипеда;

ЧТД

№4. Лиде нравятся числа, если они состоят из цифр: 1, 2, 4, 5, 7, 8 и 3.

I Если все цифры одинаковые, то сумма равна $1\cdot5+2\cdot5+4\cdot5+5\cdot5+7\cdot5+8\cdot5=$

$=5\cdot(1+2+4+5+7+8)=\underline{\underline{5\cdot27}}$

II Если четыре цифры одинаковые (вида $\overline{xxxxy}$) где $y\neq x$, и $\in$ тем, которые нравятся Лиде.

сумма цифр x: $4\cdot1+2\cdot4+4\cdot4+5\cdot4+7\cdot4+8\cdot4=$

$=4(1+2+4+5+7+8)=4\cdot27$

Теперь сумма y при каждом возможном x будет: $(2+4+5+7+8)+(1+4+5+7+8)+$

$+(1+2+5+7+8)+(1+2+4+7+8)+(1+2+5+4+8)+$

$+(1+2+4+5+7)=1\cdot5+2\cdot5+4\cdot5+5\cdot5+5\cdot7+5\cdot8=$

$=5(1+2+4+5+7+8)=\underline{\underline{5\cdot27}}$

Общая сумма x и y $=5\cdot27+4\cdot27=27(5+4)=\underline{\underline{27\cdot9}}$

III Только 3 цифры одинаковые (вид $\overline{xxxyy}$)

x: $3\cdot1+3\cdot2+3\cdot4+3\cdot5+3\cdot7+3\cdot8=\underline{\underline{3\cdot27}}$

Сумма $y=5\cdot25$ (пункт 2), y – 2-е шт.,

то $5\cdot27+5\cdot27$

Сумма x и $y=3\cdot27+5\cdot27+5\cdot27=27(3+5+5)=\underline{\underline{27\cdot13}}$

IV Две одинак ($\overline{xxyyy}$) (y-разные могут быть)

Сумма x: $2\cdot1+2\cdot2+4\cdot2+5\cdot2+7\cdot2+8\cdot2=2\cdot27$

$y+y+y=5\cdot27+27\cdot5+27\cdot5=27\cdot15$

Сумма x и y: $2\cdot27+27\cdot15=27(2+15)=\underline{\underline{27\cdot17}}$

V Все числа разные. Тогда сумм - в разных вар-тов

$1+2+4+5+7=19$

$1+2+4+5+8=20$

$1+2+4+7+8=22$

$1+2+5+7+8=23$

$1+4+5+7+8=25$

$2+4+5+7+8=26$

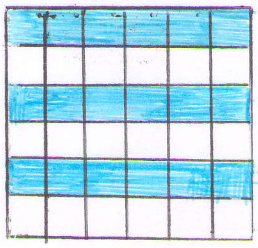
Можно составить чисел: $5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$

Сумма цифр в числах с разными цифрами: $120\cdot19+120\cdot20+120\cdot22+120\cdot23+120\cdot25+$
$+120\cdot26=(19+20+22+23+25+26)\cancel{+10}\,120=\underline{\underline{135\cdot120}}$

Тогда сумма ~~чисел~~ цифр всех чисел нравящихся Лидии $=27\cdot5+9\cdot27+27\cdot13+$
$+27\cdot17+135\cdot120=27(5+9+13+17)+120\cdot135=44\cdot27+$
$+120\cdot135=1188+16200=17388$

Ответ: 17388 чисел.

№5. Угловые клетки могут быть равновесными, т.к. у нее два „соседа" Боковые НЕ угловые не могут быть равновесными, т.к. у нее нечетное (3) соседа. Все клетки не боковые и не угловые (внутренние) могут быть равновесными, т.к. граничат с 4-мя клетками. Клетки внутренние и угловые будут равновесными при такой раскраске. (т.е кол-во равновесных будет максимальный)



тогда равновесные - это угловые и внутренние без угловых, т.е. $100\cdot100-((\cancel{98}\,100-2)\cdot4)=$
$=10000-98\cdot4=9608$ (клеток)

9608 - максимум клеток

0 - минимальное (закрашена одним цветом)

От 1-го до 98 клеток, если оставить нераскрашенным один ряд и раскрашивать последовательно то каждая раскрашенная плитка делает 2-е равновесными

Далее по аналогии до 9608 клеток в разном расположении

Ответ: от 0, до 9608 клеток