

Задача 1.

Квадрат 1×1 даст наибольший периметр в сумме с другими квадратами 1×1 в прямоугольнике.

Докажем это:

Рассмотрим квадрат со стороной x , значит периметр его равен $4 \cdot x = 4x$. Квадратов внутри него будет $x \cdot x = x^2$, у каждого квадрата 1×1 периметр 4 , значит сумма периметров квадратов 1×1 равна $4x^2$.

$4x^2 > 4x$

Рассмотрим прямоугольник длина которого равна a , ширина b ,

тогда $P_{пр} = (a+b) \cdot 2 = 2a + 2b$

Внутри это прямоугольника будет $a \cdot b$ квадратов 1×1 , тогда периметр этих квадратов равен $4ab$

$4ab > 2a + 2b$

$2a \cdot 2b > 2a + 2b$

Теперь заполним квадрат 10×10 квадратами 1×1 , сумма периметров квадратов 1×1 будет равна $(4 \cdot 10) \cdot 10 = 400$

$400 > 398$, попробуем заменить два квадрата 1×1 на прямоугольник 1×2 ,

посчитаем сумму периметров теперь $4 \cdot 98 + 6 = 398$

$398 = 398$, если заменить ~~какой-то~~ из квадратов 1×1 на больший,

то сумма периметров уменьшится так как мы докажем, что чем меньше

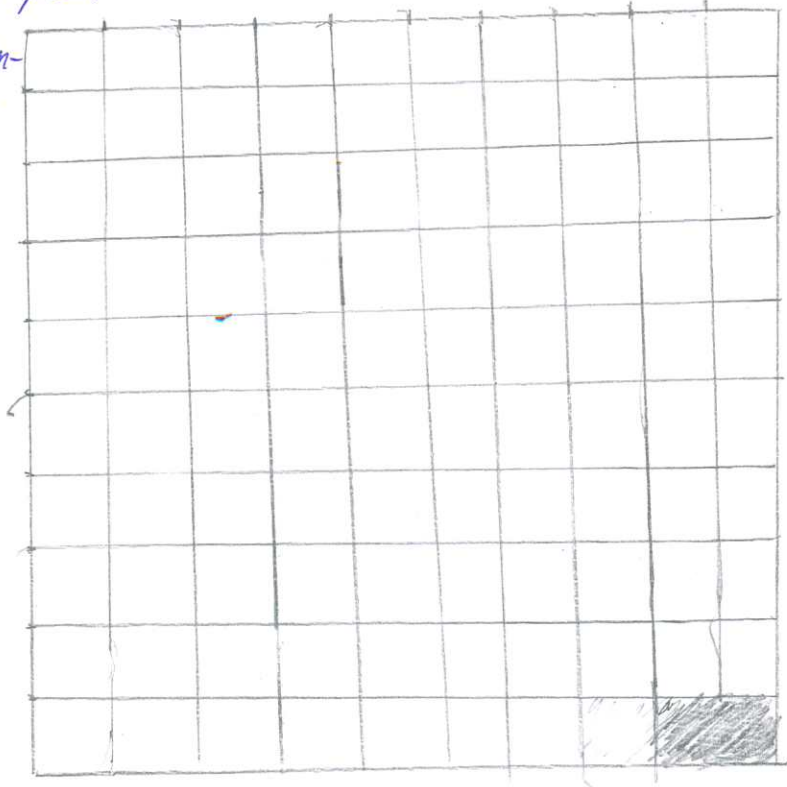
квадрат, тем больше сумма периметров.

Значит осталось посчитать количество позиций в которой может на-

ходиться это прямоугольник 1×2 .

$9 \cdot 10 + 9 \cdot 10 = 180$ способов

Ответ: 180 способов



Задача 2.

Рассмотрим этот же случай для 5 клеток

$$(xyz)^2 = \boxed{x^2} \boxed{2xy} \boxed{2xz} \boxed{2yz} \boxed{z^2}$$

Здесь видно, что выигрывает тот, кто первый займёт z^2 так как если его займёт второй игрок, то он может поставит туда z , а $(xyz)^2 \neq \dots z$, дальше Петя может ставить числа по этому шаблону и у него будет конечное число полных квадратов.

В случае с 9 клетками тоже самое, Петя ставит квадрат числа последней фигурой и остальное ставит по шаблону.

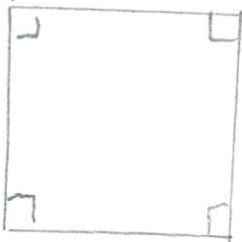
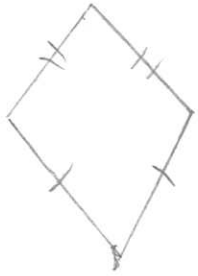
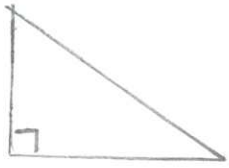
Значит выигрывает Петя.

Ответ: выигрывает Петя.

Задача 3.

У треугольника острый угол будет всегда, так как $180^\circ : 3 = 60^\circ$

У четырехугольника острого угла не будет тогда, когда он будет прямоугольным, значит одна из фигур прямоугольник, или 2 попарно равные стороны.



острый угол	равные стороны	$\angle 90^\circ$	или 2 попарно равные стороны
1	0	1	1
1	1	1	0
0	1	1	1
1	1	0	1

Задача 4.

$1+2+3+4+\dots+100 = 101 \cdot 50 = 5050$, это минимальное количество конфет для того, чтобы выполнялось условие; нет пустых пакетов, нет двух пакетов с одинаковым числом конфет; но $5050 > 2016$, значит некоторые пакеты нужно опустошить, но так как пустых пакетов быть не может, нужно положить в пустой пакет, пакет с конфетами, но тогда в двух пакетах будет одно и то же количество конфет, значит нужно в этот пакет положить пакет с конфетами. значит будет пакет с пакетом в котором еще один пакет.

Задача 5.

Останутся 2 числа, одно самое наименьшее, второе наибольшее среди всех чисел в таблице 10×10 .

Допустим эти 2 числа будут записаны по углам т.к. там соседей меньше, а по итогу они всё равно будут не закрашены. Самое наименьшее натуральное число 1, запишем его в левом верхнем

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

углу. Следующее наименьшее число следующее за единицей 2, запишем его рядом с единицей, чтобы в ячейки правого угла получилось число, как можно меньше, нужно запомнить одну и ту же числом как можно больше клеток, потому что если рядом с единицей поставим 2 и 3, то рядом с 3 нужно поставить числа ещё больше и по итогу второе число получится больше чем могло быть.

Заполняем числа по замеченной закономерности.

Заметим что незакрашенными останутся два числа: 19 и 1. Сложим их: $19 + 1 = 20$

20 это максимальное значение в этих двух клетках

Ответ: 20.