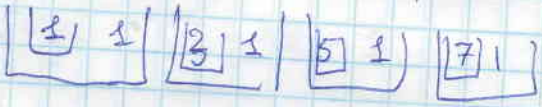
№1.

1) Назовём внутренними пакеты, лежащие внутри какого-то пакета, внешними – пакеты, не леж. внутри других. т.е.  1; 2 – внутр.
3 – внешн.

2) Пусть пакетов 9; тогда получим 9 различных чисел (натуральных) их сумма ≥ 45.

3) $\Sigma_{внутр} + \Sigma_{внеш} \geq 45$. Заметим, что $\Sigma_{внешн} = 20$, т.к. орехов 20.
$\Sigma_{внутр} \geq 25$, но сумма внутренних ≤ 20, т.к. орехов 20, т.е. 9 пакетов быть не может. т.е. их ≤ 8.

4)  пример на 8 пак.

№2.

$$\left(\frac{xy}{z}+\frac{zx}{y}+\frac{yz}{x}\right)\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\right)=$$

$$=\frac{xy}{z}\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\right)+\frac{xz}{y}\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\right)+$$

$$+\frac{yz}{x}\left(\frac{x}{yz}+\frac{y}{xz}+\frac{z}{xy}\right)=$$

$$=\frac{x^2}{z^2}+\frac{y^2}{z^2}+1+\frac{x^2}{y^2}+\frac{z^2}{y^2}+1+\frac{y^2}{x^2}+\frac{z^2}{x^2}+1=$$

$$=\left(\frac{x^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}\right)+\left(\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{y^2}\right)+\left(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\right)+3=$$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(b+\frac{1}{b}\right)+\left(c+\frac{1}{c}\right)+3$, где $a,b,c>0$,

Коши: $\frac{a+\frac{1}{a}}{2}\geq\sqrt{a\cdot\frac{1}{a}}\Rightarrow a+\frac{1}{a}\geq 2$.

т.е. знач. выр. $\geq 2\times 3+3=9$. и достигается, когда $x=y=z=1$.

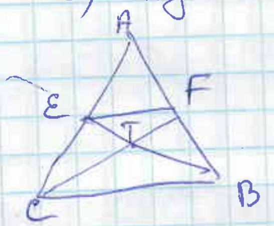
№5.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle BTC = \angle CTA = \angle ATB = 120^\circ$; $AB \neq AC$.

Док-ть: $\exists M$: $\dfrac{MB}{MC} = \dfrac{TB}{TC}$

Док-во:

1) Пусть $\nexists M$. $\Rightarrow EF \parallel CB$



$\Rightarrow \triangle EAF \sim \triangle CAB$

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AB} \Rightarrow$

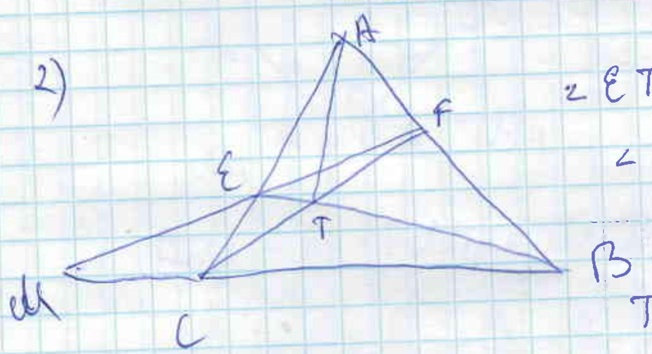
$\Rightarrow CEFB$ - вписан. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle FCB = \angle EBC \Rightarrow CT = TB$

$$\left.\begin{aligned} AB &= AT^2 + TB^2 + TB \cdot AT \\ AC^2 &= AT^2 + CT^2 + TC \cdot AT \end{aligned}\right\} \Rightarrow AB = AC,$$

что противоречит условию

2)



$= \angle ETC = 180 - \angle CTB = 60^\circ$

$\angle ATE = 120^\circ - \angle ETC = 60^\circ =$

$= \angle ATF = \angle FTB$;

TE - бис. $\angle CTA$, TF - бис. $\angle ATB$. $\Rightarrow \dfrac{CE}{EA} = \dfrac{CT}{TA}$; $\dfrac{AF}{FB} = \dfrac{AT}{TB}$

Менелай $\triangle CAB$, MF - секущ.

$$\frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} \cdot \frac{BM}{MC} = 1 \Leftarrow \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{TB}{TC}.$$

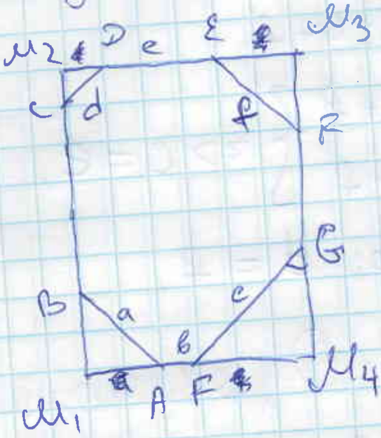
№ 3.

1) Угол этого ~~четыр~~ восьми уг.

$= \dfrac{180(n-2)}{n}$, где $n = 8$.

$\dfrac{180(6)}{n} = 45 \times 3 = 135$.

2) Продлим стороны до пересечения:



$\angle AGM_4 = 180 - 135 = 45^\circ$.

$= \angle GFM_4 = \dots$

$\Rightarrow M_1M_2M_3M_4$ - прямоуг.

3) $AM_1 + AF + FM_4 = M_2D + DE + EM_3$

$\dfrac{d}{\sqrt{2}} + e + \dfrac{f}{\sqrt{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}} + b + \dfrac{c}{\sqrt{2}}$

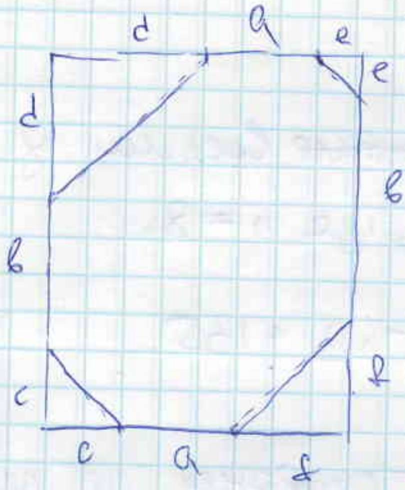
$(d+f) - (a+c) = \sqrt{2}(b-e)$

Рацион. ир. × рац = ир.

$\Rightarrow b = e$

Аналогично $CB = FG$

4)



$$d+a+e = c+a+f$$

$$\left.\begin{array}{l} d+e = c+f, \\ d+c = e+f \end{array}\right\} \Rightarrow c = e.$$

Аналогично: $d = f$.

5)

т. О (являющаяся т. пересечения диагон.) очевидно центр симметр. (т.к. рисунок симметр. отн. BD и отн. AC)