

Formula of Unity Olympiad

2017- 2018. Round 1

Language: Persian (Farsi)

Translated by: Amir Reza Arab

تاریخ برگزاری مرحله ای اول: ۲۴ مهر تا ۲۲ آبان ۱۳۹۶

پایه های تمهیلی: پنجم ابتدایی تا یازدهم متوسطه

تعداد مسائل: هشت مساله در هر پایه ای تمهیلی

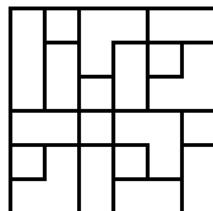
شرکت در این المپیاد رایگان است.

Email: formulo.iran@yahoo.com

Website: WWW.MathSymbol.ir

مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی پنجم ابتدائي

- ۱- اگر بريدين فقط در امتداد خطوط رسم شده در شکل مجاز باشد، چگونگي بريدين اين مربع به ۴ قسمت مساوي از نظر اندازه و شكل را نشان دهيد.



- ۲- آيا اعداد صحيح مثبت مختلف a و b وجود دارند به طوری که a بر $b+1$ ، b بر $a+1$ و $b+2$ بر $a+2$ بخش پذير باشد؟

- ۳- در فروشگاه اسباب بازي، ماشين های آبي، اتوبوس های آبي، کشتی های آبي و قطارهاي سبز وجود دارند. دانييل چند اسباب بازي خريده بود و متوجه شد که نصف اسباب بازي های آبي اش ماشين و نصف اسباب بازي های حمل و نقل زميني اش اتوبوس بودند. دانييل چند کشتی خريده؟

- ۴- آندرى در خانه تنها بود؛ او صدای بلند افتادن قطره های آب از شیر را در فواصل منظم می شنید. بين اولین و آخرین صدا ۴۴ دقيقه گذشت و بين پنجمين و آخرین صدا يك بازه‌ی ۴۴ دقيقه‌اي بود. آندرى چند صدا شنيد؟

- ۵- يك عدد صحيح مثبت، خوب ناميده می شود، اگر هر يك از رقم هایش در نمایش ده دهي، حداقل دو بار تكرار شده باشد(مثلا ۱۵۲۲۵۲۱ خوب است، اما ۱۵۲۲۵۲۲ خوب نیست). چند عدد ۳ رقمی خوب بدون رقم ۰ وجود دارد؟

- ۶- ورقه‌ی کاغذی به ابعاد 300×210 ميلي متر به چند مستطيل مساوي با عرض دو برابر طول بريده می شود. بيش ترين مساحت يكی از چنین مستطيل هایی چقدر است؟ ادعای خود را ثابت کنيد.

- ۷- تمامی موجودات ساكن پاندورا می توانند به شوالیه ها(آن ها هميشه راست می گويند)، دروغ گوها(آن ها هميشه دروغ می گويند) و حيوانات(آن ها چيزی نمی گويند) تقسيم شوند. روزی، هر يك از هفت ساكن پاندورا (A، E، D، C، B، F و G) جمله‌اي گفت:

B: "شيرهاي سفيدی در پاندورا وجود دارند."

C: "دقیقاً دو دروغ گو در بین ما وجود دارند."

D: "هیچ شیر سفید و هیچ ببر سبز در پاندورا وجود ندارد."

E: "من و A هر دو دروغ گو هستیم."

F: "در پاندورا ببرهای سبز بيش تر از کرگدن های طلایي هستند."

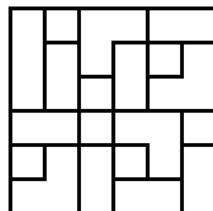
G: "دقیقاً ۵ دروغ گو در بین ما وجود دارند."

وجود کرگدن های طلایي در پاندورا را تعیین نمایيد.

- ۸- خاندان داگت‌ها توسط تيموتی داگت تاسيس شد. می دانيم هیچ مردی از اين خاندان بيش از ۳۰ سالگی نمرده بود. به علاوه هر مرد داگت، ۲ یا ۳ پسر داشت که تولد هر پسری بين ۲۵ و ۳۰ سالگی پدر بود. در حال حاضر، ۱۲۵ مرد در خاندان داگت‌ها وجود دارند(داگت‌هاي مرده محسوب نمی شوند). تيموتی داگت در چه قرنی متولد شد؟

مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی ششم ابتدائي

- ۱- اگر بريدين فقط در امتداد خطوط رسم شده در شکل مجاز باشد، چگونگي بريدين اين مربع به ۴ قسمت مساوي از نظر اندازه و شكل را نشان دهيد.



- ۲- در فروشگاه اسباب بازي، ماشين های آبي، اتوبوس های آبي، کشتی های آبي و قطارهای سبز وجود دارند. دانيل چند اسباب بازي خريدde بود و متوجه شد که نصف اسباب بازي های آبي اش ماشين و نصف اسباب بازي های حمل و نقل زميني اش اتوبوس بودند. دانيل چند کشتی خريد؟

- ۳- آندری در خانه تنها بود؛ او صدای بلند افتادن قطره های آب از شير را در فواصل منظم می شنید. بين اولين و آخرین صدا ۴۸ دقيقه گذشت و بين پنجمين و آخرین صدا يك بازه‌ی ۴۴ دقيقه ای بود. آندری چند صدا شنید؟
- ۴- آيا امكان دارد تمامی اعداد از ۱ تا ۳۰ را در جدولی با ۵ ردیف و ۶ ستون قرار دهيم، به طوری که مجموع در هر ستون کم تر از مجموع در هر ردیف باشد؟

- ۵- يك عدد صحيح مثبت، خوب نامیده می شود، اگر هر يك از رقم هایيش در نمایش ده دهی، حداقل دو بار تکرار شده باشد(مثالا ۱۵۲۲۵۲۲ خوب است، اما ۱۵۲۲۵۲۱ خوب نیست). چند عدد ۴ رقمی خوب بدون رقم ۰ وجود دارد؟
- ۶- ورقه‌ی کاغذی به ابعاد ۲۹۷ ميلي متر \times ۲۱۰ ميلي متر به چند مستطيل مساوي با عرض دو برابر طول بريده می شود.

- ۷- خاندان داگت‌ها توسط تيموتى داگت تاسيس شد. می دانيم هیچ مردی از اين خاندان پيش از ۳۰ سالگی نمرده بود. به علاوه هر مرد داگت، ۲ یا ۳ پسر داشت که تولد هر پسری بين ۲۵ و ۳۰ سالگی پدر بود. در حال حاضر، ۱۲۵ مرد در خاندان داگت‌ها وجود دارند(داگت‌های مرد محسوب نمی شوند). تيموتى داگت در چه قرنی متولد شد؟

- ۸- درخت بامبوی در پارک رشد می کند. برای سال های زیادی، اين بامبو به يك میزان، هر شب رشد کرده است. هر صبح، باغبانی اين بامبو را هرس کرده است تا کوتاه تر از ۱ متر شود. می دانيم باغبان همواره تکه ای که طول اش بر حسب متر عددی صحیح است، را قطع می کند. هم چنین باغبان کارش را با نوشتن طول های تکه هایی که قطع می کند، مستند می کند.

(الف) آيا ممکن است در طول ۱۰ روز، دنباله‌ی ۷؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۷؛ ۷ نوشته شده باشد؟

(ب) درباره‌ی دنباله‌ی ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۷؛ ۷ چه طور؟

در هر دو حالت، ادعای خود را ثابت کنيد.

مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی هفتم متوسطه

- ۱- چگونگي برinden ۱۲ گوشه‌ی ۳ خانه‌اي (شکل را ببینيد) از صفحه‌اي 8×8 ، به طوري که برinden گوشه‌اي دیگر از قسمت باقی مانده از صفحه غير ممکن باشد، را نشان دهيد. گوشه‌مي تواند چرخانده شود.



- ۲- مثالی از ۷ عدد صحيح مثبت مختلف بياوريد به طوري که مجموع شان برابر كوچك ترين مضرب مشترك شان باشد.

- ۳- نقطه‌ی E بر ضلع CD از مربع ABCD قرار دارد. نيم سازهای زواياي EAB و EAD اضلاع BC و CD را به ترتيب در نقاط M و N قطع می‌كنند. نقطه‌اي بر نيم خط AE است، به طوري که AF=AB ثابت کنيد F بر خط MN قرار دارد.

- ۴- يك عدد صحيح مثبت، خوب ناميده می‌شود، اگر هر يك از رقم هایش در نمایش ده دهي، حداقل دو بار تكرار شده باشد(مثلا ۱۵۲۲۵۲۱ خوب است، اما ۱۵۲۲۵۲۲ خوب نیست). چند عدد ۵ رقمي خوب بدون رقم ۰ وجود دارد؟

- ۵- ميانك دو كسر ساده نشدنی $\frac{m}{n}$ و $\frac{p}{q}$ ، كسری ساده نشدنی است که مقدار آن برابر $\frac{m+p}{n+q}$ می باشد. Z را ميانك X و Y، U را ميانك X و Z ، و V را ميانك Y و Z قرار می دهيم. آيا اين که Z ميانك U و V است، همواره درست می باشد؟

- ۶- در جدول زير، ۱۲ عدد آبي رنگ و ۱۲ عدد ديگر قرمز رنگ می شوند. می دانيم مجموع اعداد آبي ۴ برابر مجموع اعداد قرمز است. کدام عدد رنگ نمي شود؟

۵	۱۱	۷	۱۲	۱
۳۴	۱۳	۲	۲۲	۱۷
۲۴	۵۱	۹	۵۱	۱۹
۱۶	۳۲	۱۰	۲۰	۴۲
۲۷	۲۰۱۷	۶۷	۹۹	۱۰۰

- ۷- درخت بامبوسي در پارک رشد می کند. برای سال هاي زيادي، اين بامبو به يك ميزان، هر شب رشد كرده است. هر صبح، باغبانی اين بامبو را هرس كرده است تا كوتاه تر از ۱ متر شود. می دانيم باغبان همواره تكه اى که طول اش بر حسب متر عددی صحيح است، را قطع می کند. هم چنین باغبان کارش را با نوشتن طول هاي تكه هايی که قطع می کند، مستند می کند.

(الف) آيا ممكن است در طول ۱۰ روز، دنباله‌ی ۷؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۷ نوشته شده باشد؟

(ب) درباره‌ی دنباله‌ی ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۶؛ ۷؛ ۷؛ ۷؛ ۷ چه طور؟

در هر دو حالت، ادعای خود را ثابت کنيد.

- ۸- جنگلی مربعی از ۱ ميليون مربع مساوي تشکيل شده است، و يك درخت در مركز هر مربعی می رويد. اگر درختی بریده شود، کنده‌اي باقی می‌ماند. از يك کنده شما می توانيد کنده‌ي دیگری را ببینيد هرگاه هیچ درختی روی پاره خط واصل آن ها نباشد(کنده هاي دیگر روی پاره خط اهميتي ندارند). بيش ترين تعداد درختانی که می توانند قطع شوند به طوري که از هر کنده‌اي دیدن هر کنده‌ي دیگر غير ممکن باشد، چقدر است؟ فرض کنيد که درخت ها و کنده ها داراي ضخامت صفر هستند.

مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی هشتم متوسطه

- ۱- چگونگي برinden ۱۲ گوشه‌ی ۳ خانه‌اي (شکل را ببینيد) از صفحه‌اي 8×8 ، به طوري که برinden گوشه‌اي ديجر از قسمت باقی مانده از صفحه غير ممکن باشد، را نشان دهيد. گوشه‌مي تواند چرخانده شود.



- ۲- نقطه‌ی E بر ضلع CD از مربع ABCD قرار دارد. نيم سازه‌های زواياي EAB و EAD اضلاع BC و CD را به ترتيب در نقاط M و N قطع می‌کنند. F نقطه‌اي بر نيم خط AE است، به طوري که AF=AB ثابت کنيد F بر خط MN قرار دارد.

- ۳- يك عدد صحيح مثبت، خوب ناميده می‌شود، اگر هر يك از رقم هاييش در نمایش ده دهي، حداقل دو بار تكرار شده باشد(مثلا ۱۵۲۲۵۲۱ خوب است، اما ۱۵۲۲۵۲۲ خوب نیست). چند عدد ۶ رقمي خوب بدون رقم ۰ وجود دارد؟

- ۴- در كشور خيلي خيلي دور، مردم از استاندارد متفاوتی برای اندازه‌های کاغذ استفاده می‌کنند. فرمت‌های کاغذ استاندارد به اين صورت تعريف می‌شوند: ورق K0 مربعی با ضلع ۱ متر است. اگر دائريه‌اي در مربع K0 محاط شود و مربعی درون آن دائريه محاط شود، در نتيجه اين مربع دوم باليستي فرمت K1 را داشته باشد. اگر دائريه‌اي را در K1 محاط کنيم و سپس مجددا مربعی را درون آن، به ورق فرمت K2 می‌رسيم. به همين روش، فرمت‌ها را تا K10 توصيف می‌کنيم. وقتی پيتر از اين كشور بازديد كرد يك ورق آبي K0 و ورق‌های سفيد K1، K2، ...، K10 (از هر کدام يكی) خريد. آيا او می‌تواند ورق‌های سفيد را به تكه‌هایي ببرد که ورق آبي را به طور كامل بپوشانند؟(روي يك طرف)

- ۵- در جدول زير، ۱۲ عدد آبي رنگ و ۱۲ عدد ديجر قرمز رنگ می‌شوند. می‌دانيم مجموع اعداد آبي ۴ برابر مجموع اعداد قرمز است. کدام عدد رنگ نمي‌شود؟

۵	۱۱	۷	۱۲	۱
۳۴	۱۳	۲	۲۲	۱۷
۲۴	۵۱	۹	۵۱	۱۹
۱۶	۳۲	۱۰	۲۰	۴۲
۲۷	۲۰۱۷	۶۷	۹۹	۱۰۰

- ۶- جنگلی مربعی از ۱ ميليون مربع مساوی تشکيل شده است، و يك درخت در مرکز هر مربعی می‌رويد. اگر درختی بریده شود، کنده‌اي باقی می‌ماند. از يك کنده شما می‌توانيد کنده‌ي ديجري را ببینيد هرگاه هیچ درختی روی پاره خط واصل آن ها نباشد(کنده‌های ديجر روی پاره خط اهمیتی ندارند). بيش ترين تعداد درختانی که می‌توانند قطع شوند به طوري که از هر کنده‌اي ديدن هر کنده‌ي ديجر غير ممکن باشد، چقدر است؟ فرض کنيد که درخت‌ها و کنده‌ها داراي ضخامت صفر هستند.

- ۷- تمامی جواب‌های حقيقي دستگاه معادلات زير را ببایيد.

$$\begin{cases} a(b-c+1) = b^2 - bc + c \\ b(c-a+1) = c^2 - ca + a \\ c(a-b+1) = a^2 - ab + b \end{cases}$$

- ۸- برای کدام $n > 1$ عدد صحيح مثبت مختلف وجود دارند به طوري که مجموع شان برابر كوچک ترين مضرب مشترك شان باشد؟



مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی نهم متوسطه

- ۱ در فروشگاه اسباب بازی، ماشین های آبی، اتوبوس های آبی، کشتی های آبی و قطارهای سبز وجود دارند. دانیل چند اسباب بازی خریده بود و متوجه شد که نصف اسباب بازی های آبی اش ماشین و نصف اسباب بازی های حمل و نقل زمینی اش اتوبوس بودند. دانیل چند کشتی خرید؟
- ۲ میانک دو کسر ساده نشدنی $\frac{m}{n}$ و $\frac{p}{q}$ ، کسری ساده نشدنی است که مقدار آن برابر $\frac{m+p}{n+q}$ می باشد. مثالی از ۹ کسر ساده نشدنی (به ترتیب سعودی) بیاورید به طوری که هر یک از آن ها، به جز کوچک ترین و بزرگ ترین آن ها، میانک دو کسر مجاورش باشد.
- ۳ آیا ممکن است ۵ نقطه را بر صفحه (بر یک خط راست قرار نگیرند) طوری بگذاریم که فاصله‌ی بین هر دو نقطه عددی صحیح باشد؟
- ۴ یک عدد صحیح مثبت، خوب نامیده می شود، اگر هر یک از رقم هایش در نمایش ده دهی، حداقل دو بار تکرار شده باشد (مثلا ۱۵۲۲۵۲۱ خوب است، اما ۱۵۲۲۵۲۲ خوب نیست). چند عدد ۷ رقمی خوب بدون رقم ۰ وجود دارد؟
- ۵ مثلث متساوی الساقین ABC دارای زاویه‌ی قائمه‌ی A است. دو مثلث حاده الزاویه‌ی متساوی ABP و ACQ (PB=AQ) بر اضلاع AB و AC خارج ΔABC بنا می شوند. خطوط CQ و PB همدیگر را در M قطع می کنند. ثابت کنید: الف) $MA \perp PQ$ ؛ ب) $PA \perp QC$.
- ۶ برای هر عدد صحیح مثبت n، $S(n)$ را مجموع رقم های n تعریف می کنیم. معادله‌ی زیر چند جواب دارد؟

$$S(n) + S'(n) + \dots + S^{2017}(n) = 2017^{2017}$$

در اینجا $S(n) = S(S'(n))$ $S'(n) = S(S''(n))$... $S^{2016}(n) = S(S^{2017}(n))$ و الی آخر.

- ۷ تمامی جواب های حقیقی دستگاه معادلات زیر را بیابید.

$$\begin{cases} a(b-c+1) = b^2 - bc + c \\ b(c-a+1) = c^2 - ca + a \\ c(a-b+1) = a^2 - ab + b \end{cases}$$

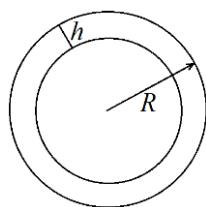
- ۸ تمامی نقاط بر خط اعداد با ۴ رنگ، رنگ آمیزی می شوند. اعداد زوج سیاه هستند، اعداد فرد سفید هستند، بازه ها از نقاط سیاه تا نقاط سفید ((2k, 2k+1)) قرمز هستند، و بازه ها از نقاط سفید تا نقاط سیاه ((2k+1, 2k+2)) آبی هستند. در آغاز، دو ملخ در نقاط مختلف A و B بین ۰ و ۱ قرار گرفته اند. هر دقیقه، هر دو ملخ جهشی می کنند که مختصات شان را ۲ برابر می کنند (ملخ اول به ۲A، ۴A، ۸A ... و الی آخر می جهد و ملخ دوم به ۲B، ۴B، ۸B ... و الی آخر می جهد). آیا به طور قطعی درست است که سرانجام ملخ ها در نقاط با رنگ های مختلف خواهند بود؟



مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۸/۲۰۱۷ - پايه‌ی دهم متوسطه

- ۱- ورقه‌ی کاغذی به ابعاد 300×210 میلی متر به چند مستطيل مساوی با عرض دو برابر طول بریده می‌شود.
بيش ترين مساحت يکي از چنین مستطيل هايی چقدر است؟ ادعای خود را ثابت کنيد.
- ۲- آيا ممکن است ۵ نقطه را بر صفحه (بر يك خط راست قرار نگيرند) طوري بگذاريم که فاصله‌ی بين هر دو نقطه عددی صحيح باشد؟
- ۳- تمامی موجودات ساكن پاندورا می‌توانند به شوالیه‌ها (آن‌ها همیشه راست می‌گویند)، دروغ‌گوها (آن‌ها همیشه دروغ می‌گویند) و حیوانات (آن‌ها چیزی نمی‌گویند) تقسیم شوند. روزی، هر يك از هفت ساكن پاندورا (A, B, C, D, E, F, G) جمله‌ای گفت:
A: "B" و "D" شوالیه هستند."
B: "شیرهای سفیدی در پاندورا وجود دارند."
C: "دقیقاً دو دروغ‌گو در بین ما وجود دارند."
D: "هیچ شیر سفید و هیچ ببر سبز در پاندورا وجود ندارد."
E: "من و A هر دو دروغ‌گو هستیم."
F: "در پاندورا ببرهای سبز بیش تراز کرگدن‌های طلایی هستند."
G: "دقیقاً ۵ دروغ‌گو در بین ما وجود دارند."
وجود کرگدن‌های طلایی در پاندورا را تعیین نمایيد.
- ۴- بازی "چه؟ کجا؟ چه وقت؟" با چرخی که به ۱۳ قطاع تقسیم شده است، انجام می‌شود. پیکانی که به طور تصادفی می‌چرخد، با احتمال برابر در هر قطاعی توقف می‌کند. در هر قطاعی، نامه‌ای حاوی يك سوال قرار دارد. برای هر دور جدید، پیکان چرخانده می‌شود و سوال جدیدی به اين صورت انتخاب می‌شود: اگر پیکان، قطاعی با سوال استفاده نشده را نشان دهد، اين سوال انتخاب می‌شود. در غير اين صورت، اولين سوال استفاده نشده در جهت عقربه‌های ساعت انتخاب می‌شود. سوالات را در جهت عقربه‌های ساعت از ۱ تا ۱۳ شماره گذاري می‌کنيم. فرض کنيد پس از ۷ دور، سوالات ۹، ۸، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ پرسيده شدند و هنوز بيش از يك دور تا پایان اين بازي وجود دارد. کدام يك از سوالات باقی مانده بالاترین احتمال را برای انتخاب شدن در ۲ دور بعدی دارند؟
- ۵- نقطه‌ی O مرکز مثلث متساوی الاضلاع ABC است. دایره‌ی گذرا از نقاط A و O، اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کند. ثابت کنید $AN=BM$.
- ۶- برای هر عدد حقیقی p ، معادله‌ی $\sqrt{x-p} + p = \sqrt{x}$ چند جواب دارد؟
- ۷- تمامی نقاط بر خط اعداد با ۴ رنگ، رنگ آمیزی می‌شوند. اعداد زوج سیاه هستند، بازه‌ها از نقاط سیاه تا نقاط سفید $(2k+1)$ قرمز هستند، و بازه‌ها از نقاط سفید تا نقاط سیاه $(2k+2)$ آبی هستند. در آغاز، دو ملخ در نقاط مختلف A و B بین ۰ و ۱ قرار گرفته‌اند. هر دقیقه، هر دو ملخ جهشی می‌کنند که مختصات شان را ۲ برابر می‌کنند (ملخ اول به $2A$ ، $4A$ ، $8A$ و الى آخر می‌جهد و ملخ دوم به $2B$ ، $4B$ ، $8B$ و الى آخر می‌جهد). آيا به طور قطعی درست است که سرانجام ملخ‌ها در نقاط با رنگ‌های مختلف خواهند بود؟
- ۸- برای دو عدد حقیقی a و b داریم: $a^4 + b^4 + a^2b^2 = 60$. ثابت کنید:
$$4a^2 + 4b^2 - ab \geq 30$$

مسائل مرحله‌ی اول المپياد رياضي فرمول وحدت ۲۰۱۷/۲۰۱۸ - پايه‌ی يازدهم متوسطه



- ۱- تونل گردی دارای شعاع خارجی، متر $R=200$ و ضخامت، متر $h=30$ است. آیا ممکن است شش لامپ روشنایی را طوری آویزان کنیم که آن‌ها تمامی تونل را روشن کنند؟

- ۲- آیا ممکن است که دقیقاً ۴۲ تا از ۱۰۰ جمله‌ی اول دنباله‌ای حسابی، اعدادی صحیح باشند؟
 ۳- بازی "چه؟ کجا؟ چه وقت؟" با چرخی که به ۱۳ قطاع تقسیم شده است، انجام می‌شود. پیکانی که به طور تصادفی می‌چرخد، با احتمال برابر در هر قطاعی توقف می‌کند. در هر قطاعی، نامه‌ای حاوی یک سوال قرار دارد. برای هر دور جدید، پیکان چرخانده می‌شود و سوال جدیدی به این صورت انتخاب می‌شود: اگر پیکان، قطاعی با سوال استفاده نشده را نشان دهد، این سوال انتخاب می‌شود. در غیر این صورت، اولین سوال استفاده نشده در جهت عقربه‌های ساعت انتخاب می‌شود. سوالات را در جهت عقربه‌های ساعت از ۱ تا ۱۳ شماره گذاری می‌کنیم. فرض کنید پس از ۷ دور، سوالات ۳، ۴، ۵، ۶، ۸، ۹ و ۱۰ پرسیده شدن و هنوز بیش از یک دور تا پایان این بازی وجود دارد. کدام یک از سوالات باقی مانده بالاترین احتمال را برای انتخاب شدن در ۲ دور بعدی دارند؟

- ۴- نقطه‌ی O مرکز مثلث متساوی الاضلاع ABC است. دایره‌ی گذرا از نقاط A و O ، اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط M و N قطع می‌کند. ثابت کنید $AN=BM$.

- ۵- چند جمله‌ای غیر ثابت $P(t)$ را بیابید به طوری که تساوی $P(\sin x) = P(\cos x)$ برای هر x برقرار باشد.
 ۶- تمامی نقاط بر خط اعداد با ۴ رنگ، رنگ آمیزی می‌شوند. اعداد زوج سیاه هستند، اعداد فرد سفید هستند، بازه‌ها از نقاط سیاه تا نقاط سفید $((2k, 2k+1))$ قرمز هستند، و بازه‌ها از نقاط سفید تا نقاط سیاه $((2k+1, 2k+2))$ آبی هستند. در آغاز، دو ملخ در نقاط مختلف A و B بین 0 و 1 قرار گرفته‌اند. هر دقیقه، هر دو ملخ جهشی می‌کنند که مختصات شان را ۲ برابر می‌کنند (ملخ اول به $2A$ ، $2B$ و الی آخر می‌جهد و ملخ دوم به $4A$ ، $4B$ و الی آخر می‌جهد). آیا به طور قطعی درست است که سرانجام ملخ‌ها در نقاط با رنگ‌های مختلف خواهند بود؟
 ۷- دو چند وجهی داده شده اند: منشور منتظم و دوهرمی منتظم؛ قاعده‌های هر دو چند وجهی ۲۵ ضلعی منتظم هستند. برای هر چند وجهی، بیش ترین مقدار ممکن راس‌های مقطع عرضی اش (اشتراک چند وجهی و یک صفحه) شمرده می‌شود. برای کدام چند وجهی، نتیجه بزرگ‌تر است؟ (دو هرمی منتظم چند وجهی ای است که از اتصال قاعده به قاعده‌ی هرم منتظم و تصویرش ایجاد می‌شود).

- ۸- برای دو عدد حقیقی a و b داریم: $a^3 + b^3 + a^2b^2 = 60$. ثابت کنید:

$$4a^2 + 4b^2 - ab \geq 30.$$