نام و نام خانوادگی: محمد مهدی مصطفوی **پایه:** هفتم

پاسخ مسأله (۱) /

چون در ابتدا، جری بالا بوده است، پس به سمت قسمت کوچکتر (سمت چپ) می دویده است و تام به سمت قسمت بزرگتر (سمت راست) می دویده است. پس هر دو به سرجای ابتدایی دیگری می رسند. پس از ۱۵ دقیقه گویه یا تام به سرجای ابتدایی خود می رسد. یعنی جری ~~۱/۲~~ از قسمت کوچک ~~را~~ در ۲۰ و تام ~~۱/۲~~ از قسمت کوچک ~~را~~ در ۱۵ دقیقه عبور کرده است. بنابراین:

تام	۱۵′	۳
جری	۲۰′	۴

و چون تناسب معکوس است، پس سرعت جری به تام، $\frac{۳}{۴}$ است.

در قسمت ابتدایی، تام قسمت بزرگ را در ۲۰′ پیمود. پس جری این قسمت را در ۲۶′:۴۰″ طی خواهد کرد.

تام	۲۰′	۴
جری	$\boxed{۲۶′:۴۰″}$	۳

اکنون ۱۵′ از شروع حرکت جری به سمت قسمت بزرگ گذشته است و برای $\frac{۸۰}{۳} = ۲۶\frac{۲}{۳}$ اتمام این قسمت ۱۱′:۴۰″ مهلت می خواهد.

در ۱۱′:۴۰″ بعد، جری به سرجای اولش رسیده و تام هم $\frac{۷}{۱۲}$ مسیر بزرگ را طی کرده است و برای اتمام مسیر ۸′:۲۰″ نیاز دارد.

پس از ۸′:۲۰″، تام به سرجای ابتدایی جری رسید و جری هم $\frac{۵}{۱۲}$ مسیر کوچک را طی کرده است و برای اتمام مسیر ۱۱′:۴۰″ زمان نیاز دارد.

پس از ۱۱′:۴۰″، جری به سرجای ابتدایی تام رسیده و تام هم $\frac{۷}{۹}$ مسیر کوچک را پیموده و برای اتمام آن به ۳′:۲۰″ نیاز دارد.

پس از ۳′:۲۰″ تام به سرجای ابتدایش رسیده و جری هم $\frac{۲}{۱۶}$ یا $\frac{۱}{۸}$ مسیر بزرگ را طی کرده است.

پس از ۱۰′ دیگر تام به $\frac{۱}{۲}$ مسیر بزرگ می رسد. همچنین جری هم به همانجا می رسد. پس در نتیجه تام، جری را می گیرد.

$$
\begin{array}{r}
۲۰′:۰۰″ \\
+\ ۱۵′:۰۰″ \\
+\ ۱۱′:۴۰″ \\
+\ ۸′:۲۰″ \\
+\ ۱۱′:۴۰″ \\
+\ ۳′:۲۰″ \\
+\ ۱۰′:۰۰″ \\
\hline
۷۸′:۱۲۰″
\end{array}
$$

جواب ← $\boxed{۸۰′}$

نام و نام خانوادگی: محمد مهدی مصطفوی پایه: هفتم

پاسخ مسأله (۲) /

کمترین مقدار MATH، ۲۰۱۷ است.

کیت عدد ۱۲ را در نظر گرفته بود. برای همین؟

۱۲ x ۱۲ x ۱۲ = ۱۷۲۸
۶ x ۶ x ۶ = ۲۱۶
۴ x ۴ x ۴ = ۶۴
۳ x ۳ x ۳ = ۲۷
۲ x ۲ x ۲ = ۸
۱ x ۱ x ۱ = ۱

۳

  ۱۷۲۸
+ ۲۱۶
+ ۶۴
+ ۲۷
+ ۸
+ ۱
―――――
۲۰۴۴ = MASS

سپس برای اینکه کمترین مقدار MATH به دست بیاید، بزرگترین مکعبی را کم می کنیم که صدگان تغییری نکند.

۲۰۴۴ − ۲۷ = $\boxed{۲۰۱۷}$ MATH

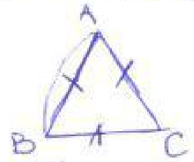
آن مکعب ۲۷ است.

(البته من برای رسیدن به عدد ۱۲، از کمترین عدد ممکن یعنی ۱ شروع کردم.)

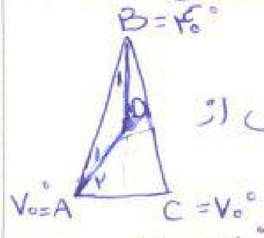
پاسخ مسأله (۳) /

به دلیل اینکه مثلث انواع مختلفی دارد، من تمام انواعش را به ترتیب می گویم:

مثلث متساوی الاضلاع: در این نوع مثلث، هیچ گاه این قاعده انجام نمی گیرد. زیرا اضلاع برابرند و $\overline{BC}$ باید بزرگترین ضلع مثلث باشد. پس در این نوع مثلث، این قاعده عملی نیست.



مثلث متساوی الساقین: در این مثلث چون بزرگترین ضلع را برای $\overline{BC}$ نداریم، برای همین، $\overline{AC}$ را کوچکترین ضلع قرار می دهیم.



سپس نیمساز زاویه ی B را رسم می کنیم و نقطه ای را روی آن انتخاب می کنیم که فاصله اش از A و B به یک اندازه باشد. سپس یک مثلث متساوی الساقین دیگر رسم می کنیم.

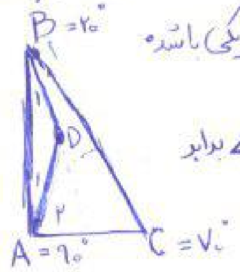
در اینصورت زوایای B_1 و A_1 برابرند یعنی هرکدام ۲۰° هستند. زاویه ی $\angle ADB$ هم ۱۴۰° می باشد

همچنین زاویه A_2 برابر است با ۵۰°، پس:

$$\angle ADB + \angle DAC = ۱۹۰^\circ > ۱۸۰^\circ$$

مثلث قائم الزاویه: در این مثلث هم مانند مثلث قبلی، $\overline{BC}$ را بزرگترین ضلع یعنی وتر قرار می دهیم.

سپس نیمساز B را رسم می کنیم و نقطه ی D را طوری انتخاب می کنیم که فاصله اش از A و B یکی باشد.



سپس یک مثلث متساوی الساقین رسم می کنیم.

در اینصورت زوایای A_1 و B_1 با هم برابرند و مساوی ۱۰° هستند. در نتیجه زاویه ی $\angle BDA$ برابر است با ۱۶۰°. همچنین زاویه ی A_2 برابر است با ۸۰°.

پس:

$$\angle BDA + \angle DAC = ۲۴۰^\circ > ۱۸۰^\circ$$

مثلث مختلف الاضلاع: در این مثلث هم مانند دو مثلث قبلی ضلع $\overline{BC}$ را بزرگترین ضلع یعنی ضلع روبه روی زاویه ی منفرجه قرار می دهیم. سپس نیمساز زاویه B را رسم می کنیم و نقطه ی D را طوری انتخاب می کنیم که فاصله اش از دو رأس B و A یکی باشد. سپس یک مثلث متساوی الساقین رسم می کنیم.

در اینصورت زوایای B_1 و A_1 با هم برابرند و مساوی ۵° هستند. در اینصورت زاویه ی $\angle BDA$ برابر است با ۱۷۰°. همچنین زاویه ی A_2 برابر است با ۱۳۰°.

در نتیجه:

$$\angle BDA + \angle DAC = ۳۰۰^\circ > ۱۸۰^\circ$$

نام و نام خانوادگی: محمدمهدی مصطفوی **پایه:** هفتم

پاسخ مسأله (۴) /

به نظر من به طور قطع، نفر اولی که بازی را شروع می‌کند، برنده است، زیرا او ابتدا عدد ۹۹٬۹۹۹٬۹۹۹ را اعلام می‌کند و سپس هر عددی که نفر دوم اعلام کند را مقلوب کرده و اعلام می‌کند. برای مثال ابتدا نفر اول عدد ۹۹٬۹۹۹٬۹۹۹ را اعلام می‌کند، سپس نفر دوم مثلاً عدد ۷۸۱۲۳۴۵۶ را اعلام می‌کند. سپس نفر اول عدد ۶۵۴۳۲۱۸۷ را اعلام می‌کند. اگر به همینصورت پیش برود، نفر دوم عددی را برای اعلام کردن نمی‌یابد که بگوید، برای همین نفر دوم بازنده و نفر اول برنده می‌شود. (البته این استراتژی تنها زمانی پاسخگو است که ما از صفر استفاده نکنیم. زیرا در غیر اینصورت نفر دوم عددی با یکان صفر اعلام کرده و نفر اول هنگام مقلوب کردن آن عددی ۷ رقمی به دست می‌آورد.)

نام و نام خانوادگی: محمد مهدی مصطفوی **پایه:** هفتم

پاسخ مسأله (۵) /

به نظر من، عدد F بزرگ‌تر است که زیرا عدد N در بیش‌ترین حالت مساوی است با 2^{32}. زیرا ۳۲ مهره داریم و هر کدام می‌توانند یا به صورت افقی و یا عمودی قرار می‌گیرند. ولی عدد F برابر است با

$$64\times63\times62\times61\times60\times59\times58\times57\times56\times55\times54\times53\times52\times51\times50\times49=F$$

که تقریباً برابر است با $64^{16}=(2^6)^{16}=\boxed{2^{96}}$

زیرا برای گذاشتن مهره‌ی اول ۶۴ انتخاب، برای گذاشتن مهره‌ی دوم ۶۳ انتخاب، برای گذاشتن مهره‌ی سوم ....

پس: $2^{32}=N<F=2^{96}$