

Problema 1

Notăm prin $S(n)$ - suma cifrelor numărului n

$$S(n) = 2017$$

Notăm $N(n)$ - numărul de cifre al numărului n este de forma

$$\underbrace{(1234567890) \dots (123456789)}_{k \text{ ori}} \overline{abcd \dots p} = n$$

$$\overline{abcd \dots p} = m$$

unde (1234567890) - este orice așezare a numerelor $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0$

$$S(n) = (1+2+3+\dots+9+0) \cdot k + S(m)$$

$$2017 = (1+2+3+\dots+9+0) \cdot k + S(m) \quad \max(S(m)) = 45 \Rightarrow$$

$$S(m) = 37$$

$$\Rightarrow k = 44$$

$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0$

Pentru:

- $N(m) = 1$ $S(m) \neq 37$
- $N(m) = 2$ $S(m) \neq 37$
- $N(m) = 3$ $S(m) \neq 37$
- $N(m) = 4$ $S(m) \neq 37$
- $N(m) = 5$ $S(m) \neq 37$
- $N(m) = 6$ $S(m) = 37$ p/t $\Rightarrow m = 987643$
- $N(m) = 7$ $S(m) = 37$ p/t $\Rightarrow m = 9876421$
- $N(m) = 8$ $S(m) = 37$ p/t $\Rightarrow m = 98764210$
- $N(m) = 9$ $S(m) = 37$ p/t $\Rightarrow m = 976543210$
- $N(m) = 10$ $S(m) \neq 37$

Pentru

$$N(m) = 6 \quad n = 987643 \underbrace{1250987643} - (N) \dots$$

$$N(n) = 44 \cdot 10 + 6 = 446$$

$$N(m) = 7 \quad n = 9876421 \underbrace{5309876421} - (N) \dots$$

$$N(n) = 44 \cdot 10 + 7 = 447$$

$$N(m) = 8 \quad n = 9876421053 \underbrace{98764210} - (N) \dots$$

$$N(n) = 44 \cdot 10 + 8 = 448$$

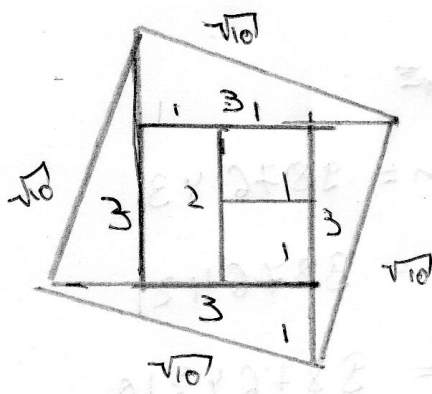
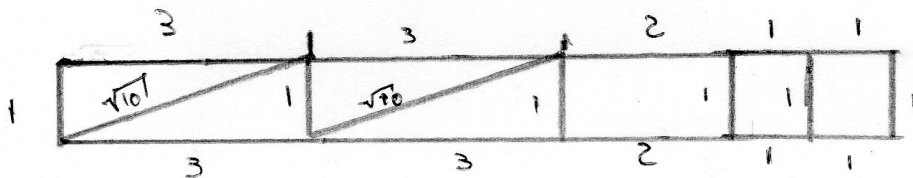
$$N(m) = 9 \quad n = 987643210 \underbrace{8976543210} - (N) \dots$$

$$N(n) = 44 \cdot 10 + 9 = 449$$

Acest număr poate avea

446, 447, 448, 449 cifre

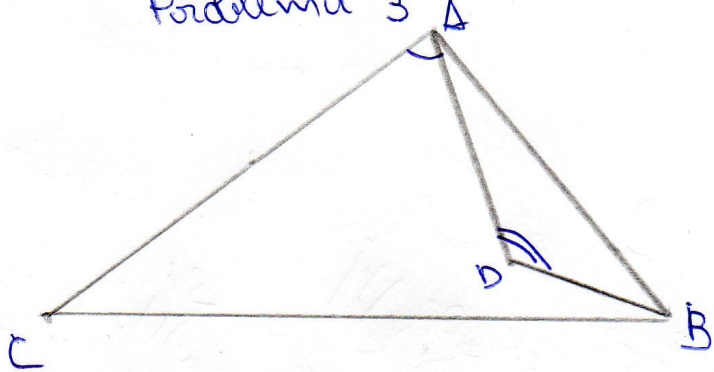
Problema 2



Problema 3

$$BD + AC < BC$$

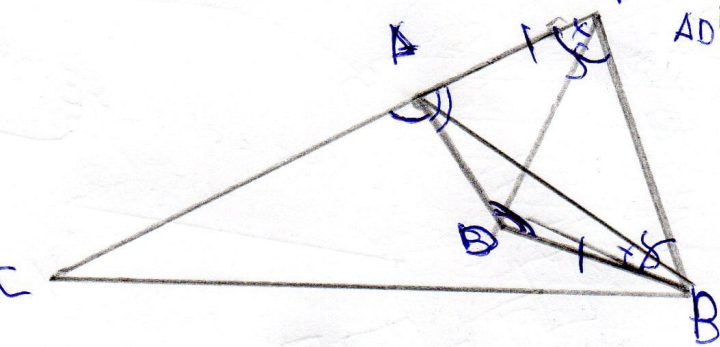
$$D.D \quad \angle DAC + \angle ADB = 180^\circ$$



Presupunem cã $\angle DAC + \angle ADB = 180^\circ$

$$m\angle C > AC \Rightarrow m\angle CAB > m\angle CBA$$

construim BD pe AC



$$AD' = BD$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle BAD' = \angle ABD \\ AB - \text{comunã} \\ AD' = BD \end{array} \right\} \Rightarrow DD' = AB$$

$$\begin{array}{l} AB = DD' \\ AD' = BD \end{array}$$

$$m\angle DAD' = m\angle ADB \Rightarrow AD \parallel BD'$$

$$\Rightarrow AD \parallel BD$$

In triunghiul

CD'B

$$m\angle CAD = m\angle CB'D$$

$$AC + AD' = CD' < BC \Rightarrow$$

$$m\angle CD'B < m\angle D'BC \Rightarrow$$

$$\angle CD'B = \angle D'BD \Rightarrow$$

$$m\angle D'BC = m\angle D'BD + m\angle DBC$$

$$\Rightarrow m\angle D'BC > m\angle D'BC + m\angle DBC$$

$$m\angle DBC < 0$$

fals

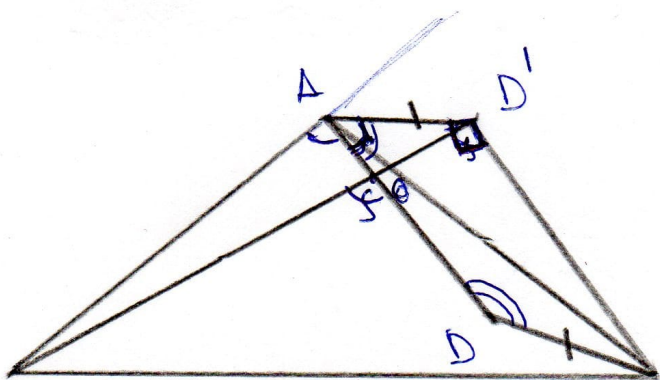
Presupunem cã

Dacă luãm

punctul

$$\angle DAC + \angle ADB < 180$$

D' astfel încãt $AD' = BD$ si $m\angle ADB = m\angle DAD'$ atunci



$$\text{Fie } O = AD \cap BD'$$

Deoarece AD' este pe dreapta de

$AC \Rightarrow AD \parallel BD'$ - paralelogram

$$\angle DAD' = \angle ADB \Rightarrow AD \parallel BD' - \text{pãtrã}$$

$$m\angle AD'B = 90^\circ \quad AD = AD' = BD = BD'$$

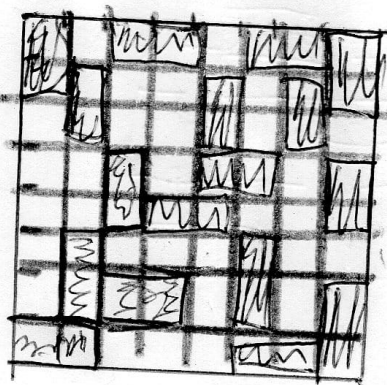
Problema 4

Numărul minim este 9

12, 11, 10, 8, 7, 5, 4, 2, 1

- (12) (11+1) (10+2) (8+4) (7+5)
- (12+2+1) (11+4) (10+5) (8+7)
- (12+8) (11+4+5) (10+7+2+1)
- (12+2+1+11+4) + (10+5+8+7)

Problema 5



Pentru N - așezări pe 32 pătrate
Pentru S așezări pe 16 pătrate

Pentru fiecare așezare a 32
pătrate pot fi alese un număr
de așezări a 16 pătrate

Asadar $S > N$

Adică sunt mai multe așezări a 16
pătrate decât a 32